ФГОС

УМК

Ю. А. Глазков, М. В. Егупова

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ

Рабочая тетрадь по геометрии

К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы»

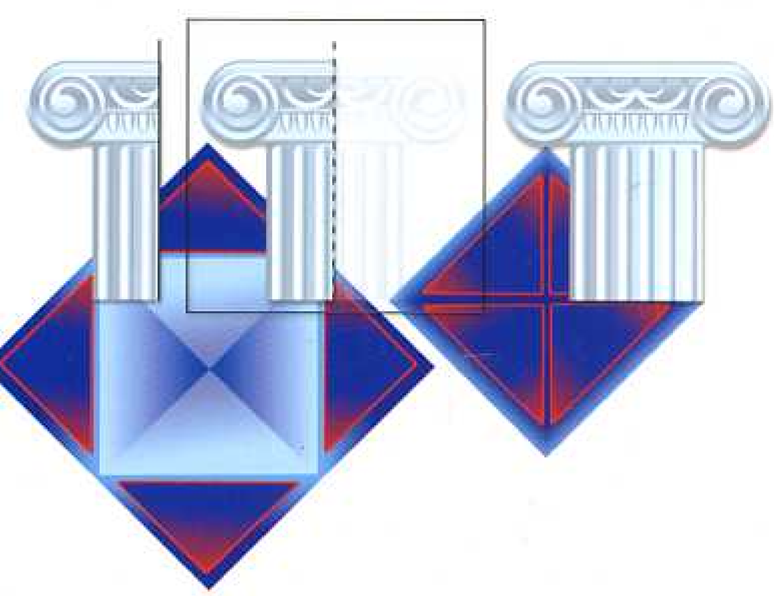
учени ____________ класса __________

______________ школы ______________

____

____

8 класс



ЭКЗАМЕН

Геометрия 8

Учебно-методический комплект

Ю. А. Глазков, М. В. Егупова

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ

Рабочая тетрадь по ГЕОМЕТРИИ

К учебнику Л. С. Атанасяна и др.
«Геометрия. 7–9 классы»
(М. : Просвещение)

8 класс

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2017

УДК 373:514
ББК 22.151я72
Г52

Глазков Ю. А.

Г52 Универсальные учебные действия. Рабочая тетрадь по геометрии: 8 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы». ФГОС (к новому учебнику) / Ю. А. Глазков, М. В. Егупова. — М. : Издательство «Экзамен», 2017. — 79, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-10942-6

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Учебное пособие предназначено для формирования универсальных учебных действий (УУД) учащихся 8 класса на уроках геометрии. Представлены 12 работ в двух вариантах, которые способствуют формированию УУД основных групп. К каждой работе даны подробные указания. Тематика и содержание заданий соответствуют базовому курсу геометрии 8 класса. Задания могут быть использованы как самостоятельно, так и в качестве дополнения к содержанию плановых самостоятельных и контрольных работ, а также в домашней работе школьников.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Подписано в печать 29.12.2016. Формат 60x90/8.
Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 2,29.
Усл печ л. 10. Тираж 10 000 экз Заказ № 279.

ISBN 978-5-377-10942-6

Содержание

Предисловие

Уважаемые коллеги!

Предлагаемое пособие посвящено реализации одного из основных положений ФГОС ОО — формированию универсальных учебных действий, обеспечивающих школьникам умение учиться, способность к саморазвитию и самосовершенствованию. При этом знания, умения и навыки рассматриваются как производные от соответствующих видов действий учащихся.

Тематика работ соответствует материалу базового курса геометрии 8 класса. Все работы представлены в двух вариантах, по 5–6 заданий в каждом. Некоторые задания одинаковы в обоих вариантах. Такие задания предназначены для выполнения в парах и направлены на формирование коммуникативных УУД. Шестые задания (присутствуют не во всех работах) являются либо заданиями повышенной сложности, либо заданиями, связанными с обучением элементам математического моделирования, и рекомендованы для выполнения дома.

Первые задания соответствуют заданию в контрольных измерительных материалах ОГЭ на выбор верного утверждения. Разнообразие форм требований позволяет избежать выработки шаблонного подхода к выполнению задания. Количество утверждений для анализа постепенно увеличивается.

Вторые задания направлены на обучение анализу готового решения. Несложные задания различного содержания уже выполнены, но в их решениях намеренно сделаны ошибки. Задача ученика — обнаружить и исправить эти ошибки, обосновав свои действия.

Третьи задания предусматривают установление соответствия между графической и текстовой информацией, составление и анализ комбинаций фигур, нахождение нужного объекта, удаление лишнего и др.

Четвертые задания — на обоснование некоторого факта, формулирование правил, составление «памяток», на работу с «шагами» доказательств.

Пятые задания содержат задачи на приложения математики, на поиск ошибок в доказательствах, составление задач по чертежу.

Шестые задания требуют от учащихся проверить схему доказательства, дополнить ее или решить задачу, связанную с практическими приложениями геометрии. Эти задания есть не во всех работах.

К каждому заданию составлен шаблон решения или ответа, в котором ученику необходимо заполнить пропуски. К ряду заданий даны указания (подсказки). Они помещены в конце пособия.

В помощь учителю составлена таблица, показывающая, на формирование каких групп УУД преимущественно направлено выполнение конкретного задания (см. Приложение).

Уважаемые школьники!

В этом учебном году продолжается изучение геометрии. Геометрия уже много веков приносит людям огромную пользу, которая заключается не только в способах построения геометрических фигур, измерения и вычисления их площадей и объемов. Геометрия полезна еще и тем, что учит искусству применения математических идей для разрешения разного рода затруднений, возникающих в повседневной жизни, при изучении других наук.

Задания этой книги помогут научиться сравнивать и классифицировать разные объекты; анализировать готовые решения, находить в них ошибки; формулировать правила и составлять памятки. Выполнение некоторых заданий потребует не только и не столько знаний геометрии, сколько умения применять их в обыденной ситуации.

При выполнении заданий важно быть внимательным. В случае затруднений можно воспользоваться подсказками, которые даны в конце книги. Последние задания в каждой работе особенно трудные, они предназначены для трудолюбивых и хорошо успевающих по математике учеников.

Многоугольники. Параллелограмм и трапеция

Вариант 1

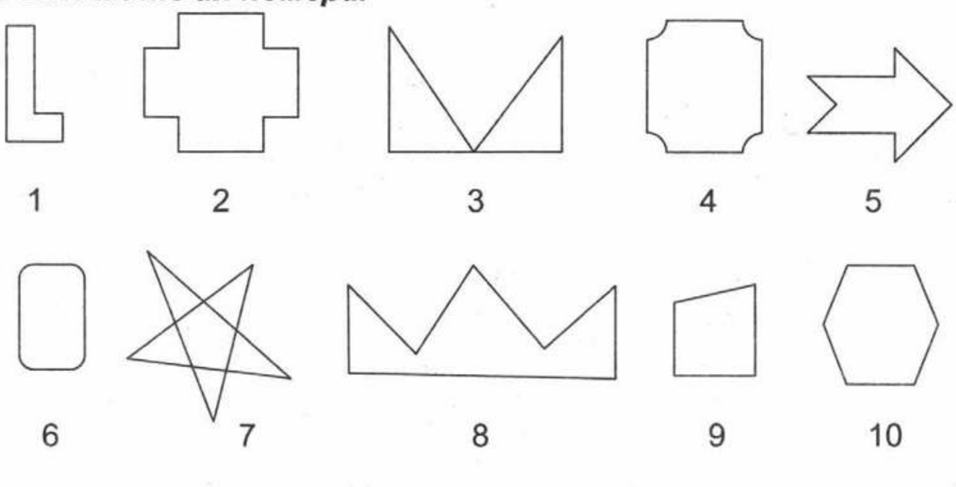
1. Сравните два утверждения. Подчеркните верное, если такое имеется.

Сумма противолежащих углов параллелограмма равна 180°.	Сумма углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, равна 180°.
Противолежащие углы параллелограмма равны.	Углы параллелограмма, прилежащие к одной стороне, равны.
Сумма противолежащих углов равнобедренной трапеции равна 180°.	Сумма углов трапеции, прилежащих к одной стороне, равна 180°.
Четырехугольник, две стороны которого параллельны, является параллелограммом.	Четырехугольник, две стороны которого параллельны, является параллелограммом или трапецией.
Противоположные стороны трапеции попарно параллельны.	Противоположные стороны трапеции попарно равны.
Диагонали равнобедренной трапеции пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.	Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

2. Перечислите фигуры, которые являются:

а) многоугольниками;
б) выпуклыми многоугольниками.

В ответе запишите их номера.

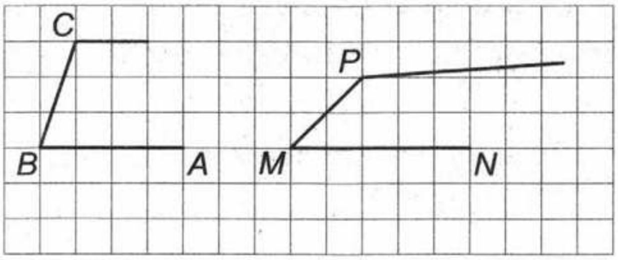


__Ответ:__

а) многоугольники: ______________________________ .

б) выпуклые многоугольники: ______________________________ .

3. Света начала чертить четырехугольник ABCD, а Дима — четырехугольник NMPK. Кто из ребят сможет начертить параллелограмм? Ответ обоснуйте.



<u>Ответ.</u> Параллелограмм может начертить ____________________.

Обоснование. Параллелограмм — это ____________________, противоположные стороны которого ____________________________.

На чертеже Светы луч с вершиной в точке C __________________ лучу ______.

Если Света начертит четвертую сторону параллельно стороне ___________, то она _______________________ начертить параллелограмм.
сможет/не сможет

На чертеже Димы луч с вершиной в точке P __________________ лучу _____.

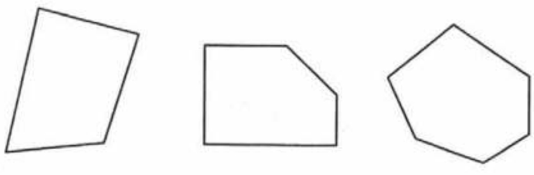
Это значит, что Дима _____________________ начертить параллелограмм.
сможет/не сможет

4. Озаглавьте таблицу и заполните пропуски в ней.

____

Если четырехугольник — параллелограмм, то:				
1) противоположные стороны попарно _____________;	и	2) противоположные углы попарно _____________;	и	3) диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся _____________.

5. Проведите все диагонали в многоугольниках, изображенных на рисунке. Выявите закономерность, заполнив таблицу. Обоснуйте выявленную закономерность.



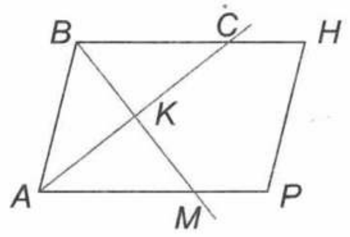
Число вершин многоугольника	3	4	5	6	7	...	n
Число диагоналей, выходящих из одной вершины							
Общее число диагоналей							

Обоснование. Из каждой вершины многоугольника можно провести

n – ___ диагоналей. Тогда общее число проведенных отрезков будет равно _________.

Но каждая диагональ при этом будет проведена дважды. Значит, общее число диагоналей многоугольника ____________ меньше, т.е. равно _____________.

6. Докажите двумя способами, что биссектрисы соседних углов параллелограмма взаимно перпендикулярны.



1. Запишите первый способ доказательства, дополнив схему.
2. Запишите второй способ доказательства, заполнив пропуски в тексте.

При необходимости воспользуйтесь помощью ученика, выполняющего второй вариант этой работы.

1-й способ

УСЛОВИЕ		
$ABHP$ — параллелограмм	AC — биссектриса ____	BM — биссектриса ____

↓

$\angle BAC = \angle CAP$,

$\angle CAP = \angle ACB$ (как _________ углы при параллельных прямых AP и BH и секущей ___)

↓

$\angle BAC =$ ______

↓

ΔABC — ________ → BK — высота ΔABC

↓

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

$AC \perp BM$

2-й способ

1. $\angle BAC = 0{,}5\angle A$, $\angle ABM = 0{,}5\angle B$ (по ____________________).
2. $\angle BAC + \angle ABM = 0{,}5(\angle A + \angle B)$ (п. _______).
3. $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (как _________________________ углы при параллельных прямых ______ и _____ и секущей _______).

4. $\angle BAC + \angle ABM =$ ____ (пп. __ и __)

5. $\angle BAK + \angle ABK + \angle AKB = 180°$, $\angle AKB = 90°$ (из Δ________и п.___).

6. $AC \perp BM$ (п. ___).

Вариант 2

1. Сравните два утверждения. Подчеркните верное, если такое имеется.

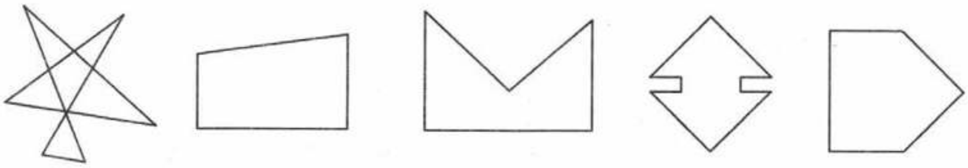
Диагонали равнобедренной трапеции равны.	Диагонали параллелограмма равны.
Четырехугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны, является ромбом.	Параллелограмм, диагонали которого взаимно перпендикулярны, является ромбом.
Параллелограмм, диагонали которого равны, является прямоугольником.	Диагонали прямоугольника равны.
Противоположные стороны параллелограмма попарно параллельны.	Противоположные стороны равнобедренной трапеции попарно параллельны.
Сумма противолежащих углов ромба равна 180°.	Сумма углов ромба, прилежащих к одной стороне, равна 180°.
В трапеции может быть два прямых угла.	В трапеции может быть только один прямой угол.

2. Перечислите фигуры, которые являются:

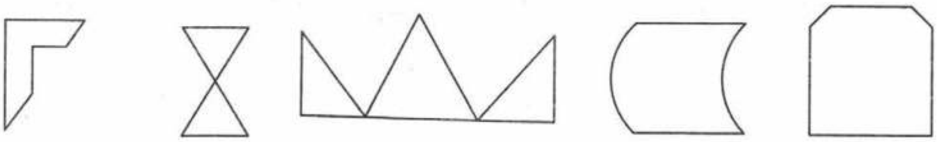
а) многоугольниками;

б) выпуклыми многоугольниками.

В ответе запишите их номера.



1 2 3 4 5



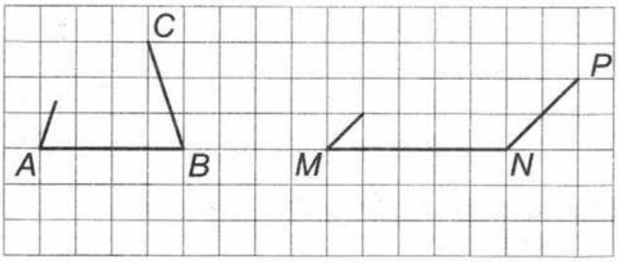
6 7 8 9 10

<u>Ответ:</u>

а) многоугольники: ________________________________.

б) выпуклые многоугольники: ________________________.

3. Аня начала чертить четырехугольник ABCD, а Сергей — четырехугольник MNPK. Кто из ребят сможет начертить параллелограмм? Ответ обоснуйте.



<u>Ответ.</u>

Параллелограмм может начертить ____.

Обоснование. Параллелограмм — это ______________________, противоположные стороны которого ____.

На чертеже Ани луч с вершиной в точке *A* _________________ лучу _____.

Это значит, что Аня ____________________ начертить параллелограмм.

сможет/не сможет

На чертеже Сергея луч с вершиной в точке *M* ______________ лучу _____.

Если Сергей начертит четвертую сторону параллельно стороне _____, то он ______________________ начертить параллелограмм.

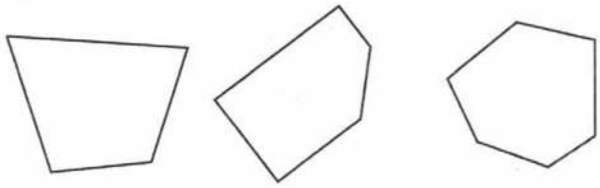
сможет/не сможет

4. Озаглавьте таблицу и заполните пропуски в ней.

____

Если в четырехугольнике:				
1) две стороны _________ и _________________,	или	2) противоположные стороны попарно _______________,	или	3) диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся _______________,
то этот четырехугольник — параллелограмм.				

5. Проведите все диагонали в многоугольниках, изображенных на рисунке. Выявите закономерность, заполнив таблицу. Обоснуйте выявленную закономерность.



Обоснуйте выявленную закономерность.

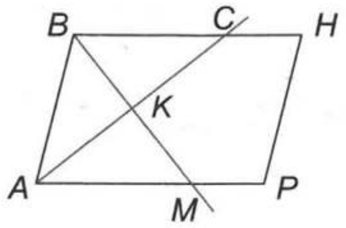
Число вершин многоугольника	3	4	5	6	7	...	*n*
Число диагоналей, выходящих из одной вершины							
Общее число диагоналей							

Обоснование. Из каждой вершины многоугольника можно провести n – ___ диагонали. Тогда общее число проведенных отрезков будет равно _________. Но тогда каждая диагональ будет проведена дважды. Значит, общее число диагоналей многоугольника ____________ меньше, т.е. равно _____________.

6. Докажите двумя способами, что биссектрисы соседних углов параллелограмма взаимно перпендикулярны.

1. Запишите первый способ доказательства, дополнив схему.
2. Запишите второй способ доказательства, заполнив пропуски в тексте.

При необходимости воспользуйтесь помощью ученика, выполняющего первый вариант этой работы.



1-й способ

УСЛОВИЕ		
AC — биссектриса ___	$ABHP$ — параллелограмм	BM — биссектриса ______

↓

$\angle BAC = 0{,}5\angle A$	$\angle ABM = 0{,}5$ ______

↓

$\angle BAC + \angle ABM = 0{,}5$ (___ + ___),

$\angle A + \angle B = 180°$ (как ________ углы при параллельных прямых AP и BH и секущей _____)

↓

$\angle BAC + \angle ABM =$ ______	В ΔABK: $\angle BAK + \angle ABK + \angle AKB =$ ___

↓

$\angle AKB =$ __________

↓

ЗАКЛЮЧЕНИЕ
$AC \perp BM$

2-й способ

1. $\angle BAC = \angle CAP$ (по ____________________).

2. $\angle CAP = \angle ACB$ (как __________________ углы при параллельных прямых ____ и ____ и секущей ____).

3. $\angle BAC = \angle ACB$ (пп. ___ и ___).

4. ΔABC — _______________________ (п. ___).

5. BK — _____________ ΔABC (п. ___ и условие: ____ — биссектриса $\angle$ _____).

6. $AC \perp BM$ (п. __).

Прямоугольник, ромб, квадрат

2

Вариант 1

1. Подчеркните верные утверждения:

1) Параллелограмм, диагонали которого равны, является ромбом.
2) Параллелограмм, диагонали которого взаимно перпендикулярны, является ромбом.
3) Диагонали прямоугольника равны.
4) Параллелограмм, у которого все углы прямые, является квадратом.
5) Параллелограмм, у которого все стороны равны, является ромбом.

2. Катя составила таблицу «Свойства и признаки прямоугольника и ромба». Все записанные утверждения верны, но их места в таблице перепутаны. Исправьте ошибки Кати, указав в скобках правильное место утверждения в таблице. Например, так: (Свойство прямоугольника) или (Признак ромба).

Свойства и признаки прямоугольника и ромба

	СВОЙСТВА	ПРИЗНАКИ
ПРЯМОУГОЛЬНИК	Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является прямоугольником. (____________________) Если параллелограмм является прямоугольником, то его диагонали точкой пересечения делятся пополам. (____________________) Если параллелограмм является ромбом, то все его стороны равны. (____________________)	Если параллелограмм является прямоугольником, то все его углы прямые. (____________________) Если три угла четырехугольника прямые, то этот четырехугольник является прямоугольником. (____________________) Если один угол параллелограмма прямой, то этот параллелограмм является прямоугольником. (____________________)
РОМБ	Если диагонали параллелограмма являются биссектрисами его углов, то данный параллелограмм является ромбом. (____________________) Если параллелограмм является ромбом, то его противолежащие углы равны. (____________________) Если параллелограмм является прямоугольником, то его диагонали равны. (____________________)	Если параллелограмм является ромбом, то его диагонали взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам. (____________________) Если диагонали параллелограмма перпендикулярны, то данный параллелограмм является ромбом. (____________________) Если две смежные стороны параллелограмма равны, то данный параллелограмм является ромбом. (____________________)

3. Возможно ли построить ромб, равный данному ромбу ABCD:

1) по стороне AB;

2) по двум диагоналям AC и BD?

Если построение возможно, составьте его план.

Ответ.

1) По стороне построить ромб, равный данному, ______________________________ .
возможно/невозможно

2) По двум диагоналям построить ромб, равный данному, ______________________ .
возможно/невозможно

План построения

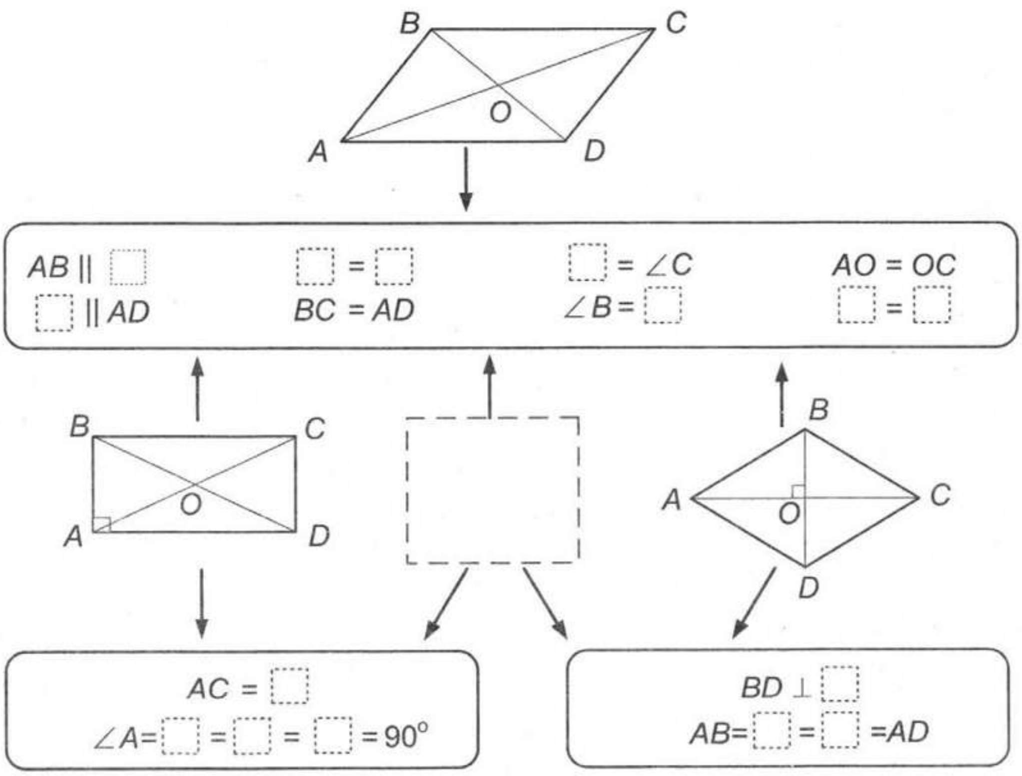
Анализ. Пусть диагонали AC и BD пересекаются в точке O. Поскольку диагонали ромба точкой пересечения ____________________________ и являются взаимно ____________________________, то в прямоугольном треугольнике AOB известны два _______________ (они равны _________________ диагоналей).

Построение

1. Строим прямоугольный треугольник AOB по двум ______________, равным ___________________ диагоналей.

2. Достраиваем треугольник до _____________: откладываем на продолжениях катетов AO и BO равные им отрезки ____ и ____; соединяем построенные точки отрезками.

4. Вставьте пропущенные элементы на схеме.



5. Вы решили склеить подарочную коробку (см. рисунок). Для того чтобы она получилась красивой и аккуратной, важно, чтобы все основные детали коробки были равными квадратами. Как без использования угломерных инструментов проверить, имеет ли деталь нужную форму? Ответ обоснуйте.

<u>Ответ.</u>

Чтобы выяснить, является ли деталь четырехугольной формы квадратом, необходимо убедиться, что в этом четырехугольнике равны ______________ и равны ______________. Проверить равенство деталей, можно, например, ______________________.

Обоснование. Если в четырехугольнике равны ____________________, равны __________________________, то этот четырехугольник — квадрат.

УСЛОВИЕ

ABCD — четырехугольник

____=____=____ = ____ | ____=____

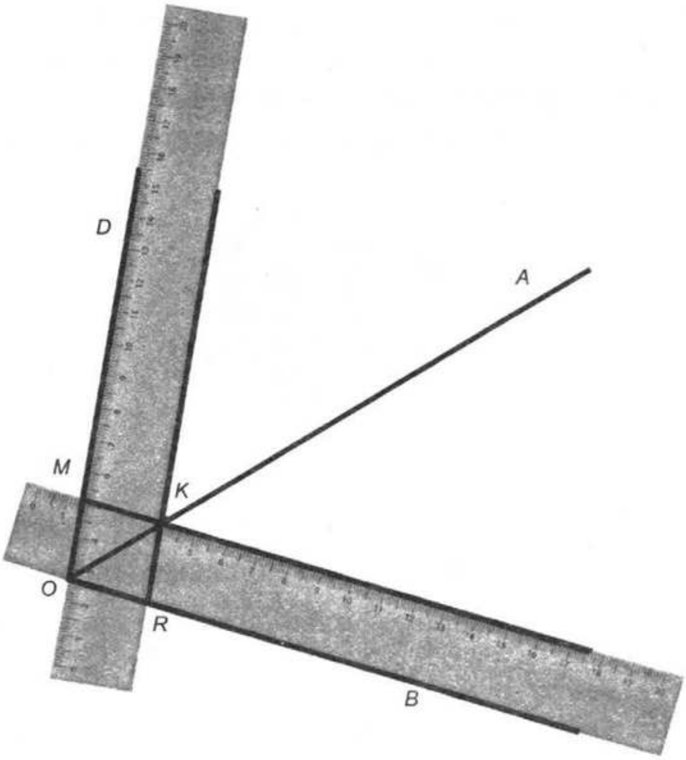
ABCD — ________________ (признак по равенству пар противоположных сторон)

ABCD — ________________ (признак по равенству диагоналей)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ABCD — квадрат

6. На рисунке угол AOB удвоен с помощью линейки с параллельными краями и без использования делений следующим способом. Один край линейки приложили к лучу OB, а по другому краю провели прямую, которая пересекла сторону OA угла AOB в точке K. Приложи линейку так, чтобы ее края прошли через точки O и K, и проведи луч OD. Тогда получившийся угол BOD в два раза больше угла AOB.
Обоснуйте правильность этого способа.



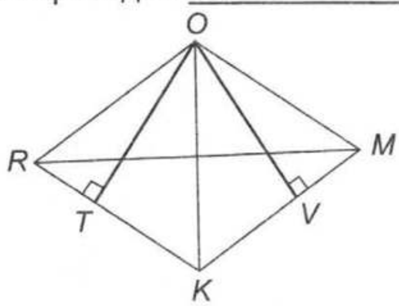
Ответ.

Докажем, что четырехугольник *OMKR* — __________. Тогда по свойству ________ диагонали делят его углы ________________.

1. *OR*||_____ и *KR*||_____ — по построению, так как использована линейка с параллельными краями. Значит, *OMKR* — ___________________________.

2. Докажем, что *RO* = *OM* = ____ =______. Тогда _______________ *OMKR* будет являться _____________ (по определению __________).

В _________________ *OMKR* проведем ____________ *OT* и *OV* (см. рис.).



______________________ треугольники *ROT* и *MOV* равны (по _______ и прилежащему _______). Действительно, длины катетов *OT* и *OV* равны _____________ линейки; ∠*ORT* = ∠*OMV* как ___________________ углы параллелограмма, следовательно, ∠*ROT* = ∠________ (по теореме о сумме углов треугольника). Из равенства треугольников *ROT* и *MOV* следует равенство сторон *RO* и ______. По свойству параллелограмма о равенстве ___________________________________ сторон: ______= *RO* = *OM* =______.

Значит, *OMKR* — _______, а его диагональ *OK* — делит угол *BOD* _____________.
Значит, угол *BOD* в два раза больше угла _______.

Вариант 2

1. Подчеркните верные утверждения:

1) Четырехугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны, является ромбом.
2) Параллелограмм, диагонали которого равны, является прямоугольником.
3) Параллелограмм, у которого все углы прямые, является прямоугольником.
4) Параллелограмм, у которого все стороны равны, является квадратом.
5) Прямоугольник, у которого все стороны равны, является квадратом.

2. Саша составил таблицу «Свойства и признаки ромба и квадрата». Все записанные утверждения верны, но их места в таблице перепутаны. Исправьте ошибки Саши, указав в скобках правильное место утверждения в таблице. Например, так: (Свойство прямоугольника) или (Признак ромба).

Свойства и признаки ромба и квадрата

	СВОЙСТВА	ПРИЗНАКИ
КВАДРАТ	Если параллелограмм является ромбом, то его диагонали перпендикулярны. (________________) Если один из углов ромба прямой, то этот ромб является квадратом. (________________) Если параллелограмм является квадратом, то все его углы прямые. (________________)	Если две смежные стороны прямоугольника равны, то этот прямоугольник является квадратом. (________________) Если диагонали прямоугольника перпендикулярны, то этот прямоугольник является квадратом. (________________) Если параллелограмм является квадратом, то его противолежащие стороны параллельны. (________________)
РОМБ	Если параллелограмм является квадратом, то его диагонали равны. (________________) Если параллелограмм является ромбом, то его высоты равны. (________________) Если параллелограмм является ромбом, то сумма его соседних углов равна 180°.(________________)	Если параллелограмм является ромбом, то его диагонали взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам. (________________) Если все стороны четырехугольника равны, то данный четырехугольник является ромбом. (________________) Если параллелограмм является ромбом, то диагонали делят его углы пополам. (________________)

3. Возможно ли построить прямоугольник, равный данному прямоугольнику ABCD:

1) по двум диагоналям *AC* и *BD*;
2) по двум сторонам *AB* и *BC*?

Если построение возможно, составьте его план.

Ответ:

1) По двум диагоналям построить прямоугольник, равный данному, ______________ .
возможно/невозможно

2) По двум сторонам построить прямоугольник, равный данному, ________________ .
возможно/невозможно

План построения

Анализ. Стороны прямоугольника образуют ____________________ угол. Отсюда и следует построение.

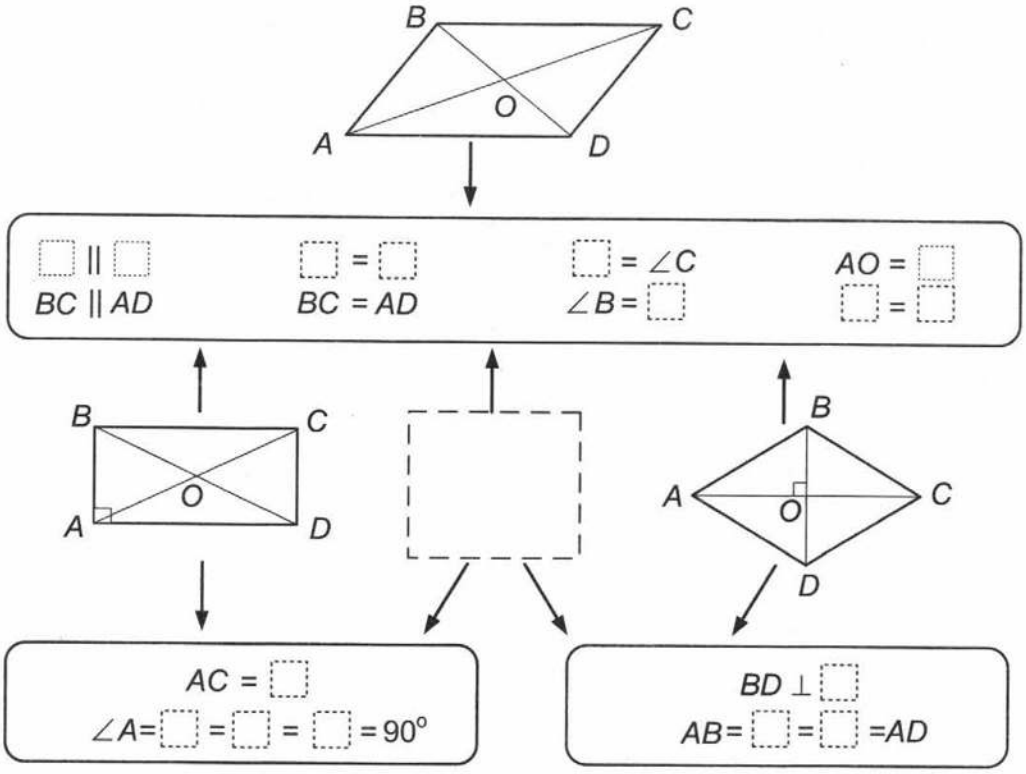
Построение

1. Строим _______________ угол с вершиной в точке *B*.

2. На сторонах этого угла отложим отрезки, равные сторонам прямоугольника _______ и _______.

3. Через точки *A* и *C* проведем прямые, ___________________ сторонам прямого угла, точка их пересечения — вершина _____ прямоугольника *ABCD*.

4. Вставьте пропущенные элементы на схеме.



5. Вы решили склеить подарочную коробку (см. рисунок). Для того чтобы она получилась красивой и аккуратной, важно, чтобы все основные детали

коробки были равными квадратами и равными прямоугольниками. Как без использования угломерных инструментов проверить, имеет ли деталь нужную форму? Ответ обоснуйте.

Ответ.

Чтобы выяснить, является ли деталь четырехугольной формы прямоугольником, необходимо убедиться, что в этом четырехугольнике противоположные стороны __________ равны и равны ________________. Проверить равенство деталей можно, например, ________________________.

Чтобы выяснить, является ли деталь четырехугольной формы квадратом, необходимо убедиться в том, что в этом четырехугольнике равны ______________ и равны ________________. Проверить равенство деталей, можно, например, ________________________.

Обоснование. Если в четырехугольнике ______________________ попарно равны и равны ____________________, то этот четырехугольник — прямоугольник.

Если в четырехугольнике равны ____________________________ и равны ______________________________, то этот четырехугольник — квадрат.

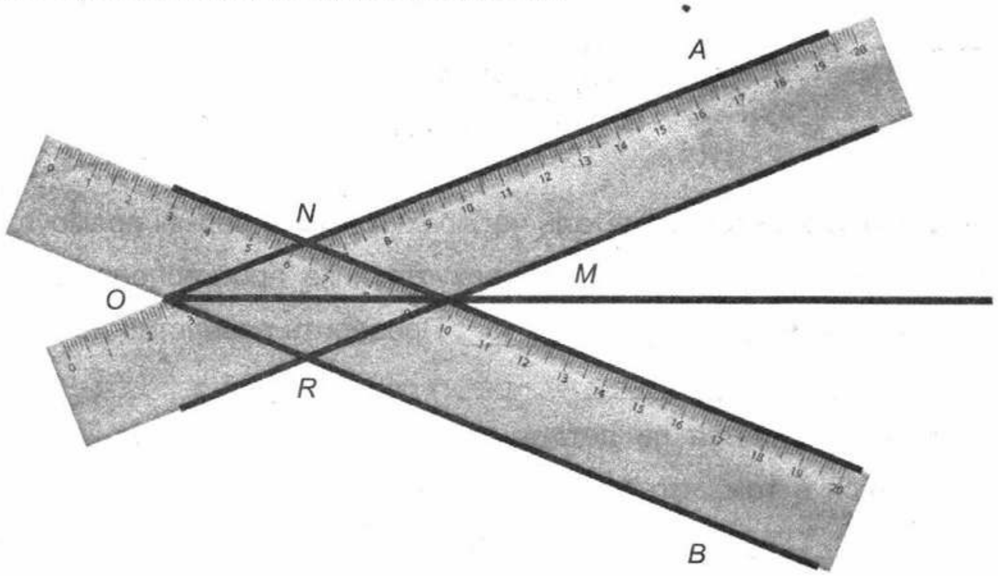
УСЛОВИЕ
ABCD — четырехугольник
AB = ____ *и BC =* ____ (*AB =* ____ *= BC =* ____) *AC =* _____

ABCD — ________________ (признак по равенству пар противоположных сторон)

ABCD — ________________ (признак по равенству диагоналей)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ
ABCD — прямоугольник (______________)

6. На рисунке построена биссектриса угла AOB с помощью линейки с параллельными краями и без использования делений следующим способом. Один край линейки приложили к лучу OB, а по другому краю провели прямую. Совместили край линейки с другой стороной угла — лучом OA, и снова провели прямую по свободному краю. Построенные прямые пересеклись в точке M. Биссектрису угла AOB провели, соединив точки O и M.
Обоснуйте правильность этого способа.



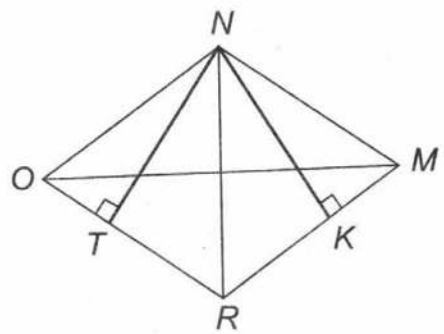
Ответ.

Докажем, что *ONMR* — ___________. Тогда по свойству ___________ диагонали делят его углы ____________________.

1. *ON*|| _____ и *OR*|| _____ — по построению, так как использована линейка с параллельными краями. Значит, *ONMR* — ____________________________.

2. Докажем, что *ON* = _____ = *MR* = _____. Тогда ________________ *ONMR* будет являться ____________ (по определению ____________).

В ______________________ *ONMR* проведем __________ *NT* и *NK* (см. рис.).



_______________________ треугольники *ONT* и *MNK* равны (по ___________ и прилежащему __________). Действительно, длины катетов *NT* и *NK* равны

____________ линейки; $\angle NOT = \angle NMK$ как _________________ углы параллелограмма, следовательно, $\angle ONT = \angle$ ________ (по теореме о сумме углов треугольника). Из равенства треугольников ONT и MNK следует равенство сторон ON и _____. По свойству параллелограмма о равенстве _________________________________ сторон: ON = _____ = ______ = RO.

Значит, $ONMR$ — ________, а его диагональ OM — биссектриса угла ________.

Осевая и центральная симметрии 3

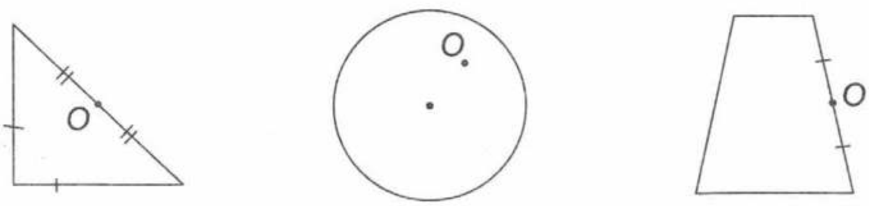
Вариант 1

1. Все утверждения в левом столбце таблицы — неверные. Исправьте их так, чтобы они стали верными, заполнив пропуски в правом столбце.

Неверные утверждения	Верные утверждения
Равнобедренный треугольник имеет три оси симметрии.	а) Равнобедренный треугольник имеет ________ симметрии. б) ______________ треугольник имеет три оси симметрии.
Прямоугольник (не квадрат) имеет четыре оси симметрии.	а) Прямоугольник (не квадрат) имеет ________ симметрии. б) ______________ имеет четыре оси симметрии.
Параллелограмм (не ромб и не прямоугольник) имеет две оси симметрии.	а) Параллелограмм (не ромб и не прямоугольник) имеет ___________ оси симметрии. б) Ромб (__________________) имеет две оси симметрии.

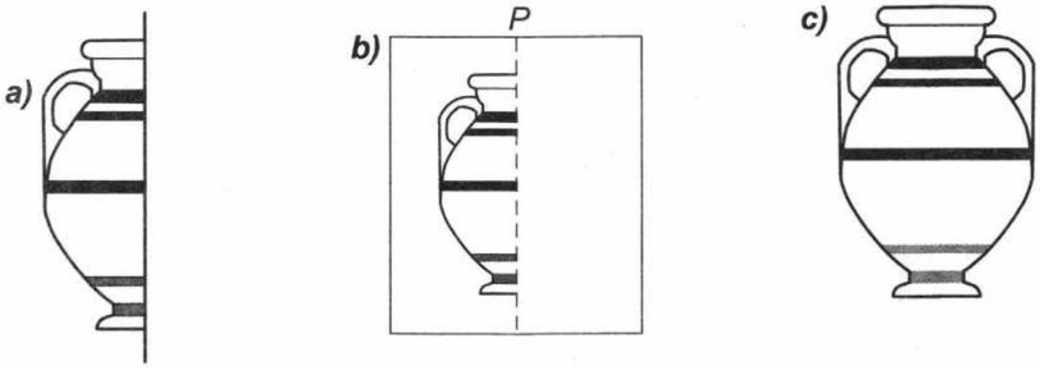
2. Света выписала все прописные буквы русского алфавита, которые можно написать так, чтобы они были симметричны относительно горизонтальной прямой. Проверьте, верно ли она выполнила задание. Если неверно, внесите исправления: зачеркните лишние буквы, допишите пропущенные.
А, Е, К, О, В, Н, Г, З, Х, Ф, С, Т ____

3. Постройте фигуры, симметричные данным относительно точки О.



4. Алеша дорисовал древнегреческую амфору, изображенную на рис. а, действуя следующим образом. Он перегнул лист бумаги по прямой р. С помощью булавки сделал проколы по контуру рисунка. Развернул лист в исходное положение и соединил линиями точки проколов. Получилось полное изображение амфоры (рис. с).

Запишите правило, пользуясь которым можно дорисовать амфору без перегибания листа бумаги.



<u>**Ответ.**</u>

Каждой точке M имеющегося изображения сопоставить точку M_1 так, чтобы прямая ____________________, проходила через _____________ отрезка MM_1 и была к нему ______________________________.

5. Игра в монеты. Двое по очереди кладут на лист бумаги прямоугольной формы монеты одинакового размера. Монеты можно класть только на свободные места так, чтобы они не покрывали друг друга даже отчасти. Сдвигать монеты с места, на которое они положены, нельзя. Предполагается, что каждый имеет достаточное количество монет. Выигравшим считается тот, кто положит монету последним. Как должен класть монеты начинающий игру, чтобы выиграть?

<u>**Ответ.**</u> Начинающий игру должен положить первую ______________ так, чтобы ее центр совпал с ________________ листа бумаги. В дальнейшем он кладет свою монету каждый раз _____________________ относительно _______________ листа монете, положенной вторым игроком, — это он всегда может сделать после каждого хода второго играющего. Поэтому именно начинающий сделает последний _____________ и, следовательно, выиграет.

Вариант 2

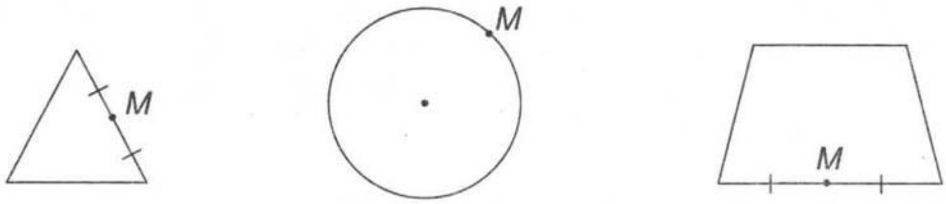
1. Все утверждения в левом столбце таблицы — неверные. Исправьте их так, чтобы они стали верными, заполнив пропуски в правом столбце.

Неверные утверждения	Верные утверждения
Прямоугольный треугольник имеет три оси симметрии.	а) Прямоугольный _________________ треугольник имеет _______________ симметрии. б) ______________________ треугольник имеет три оси симметрии.

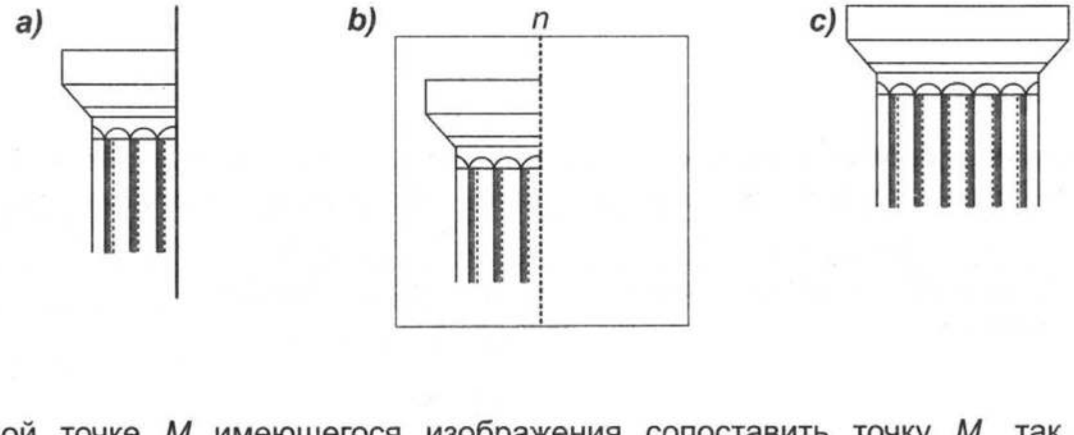
Неверные утверждения	Верные утверждения
Ромб (не квадрат) имеет четыре оси симметрии.	а) Ромб (не квадрат) имеет ________ оси симметрии. б) ____________________ имеет четыре оси симметрии.
Равнобедренная трапеция имеет две оси симметрии.	а) Равнобедренная трапеция имеет ____________________ симметрии. б) Прямоугольник (________________) имеет две оси симметрии.

2. Настя выписала все прописные буквы русского алфавита, которые можно написать так, чтобы они были симметричны относительно горизонтальной прямой. Проверьте, верно ли она выполнила задание. Если неверно, внесите исправления: зачеркните лишние буквы, допишите пропущенные.
Е, Ц, Н, Ш, Т, Х, К, З, Э, С, Ф, В, И ____

3. Постройте фигуры, симметричные данным относительно точки М.



4. Володя дорисовал капитель колонны, изображенной на рис. а, действуя следующим образом. Он перегнул лист бумаги по прямой n. С помощью булавки сделал проколы по контуру рисунка. Развернул лист в исходное положение и соединил линиями точки проколов. Получилось полное изображение капители (рис. с).
Запишите правило, пользуясь которым можно дорисовать капитель без перегибания листа бумаги.



__Ответ.__

Каждой точке M имеющегося изображения сопоставить точку M_1 так, чтобы прямая n проходила через ______________ отрезка MM_1 и была к нему

________________________.

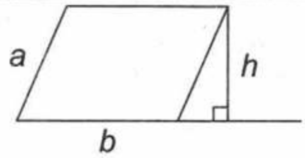
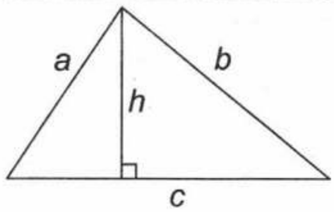
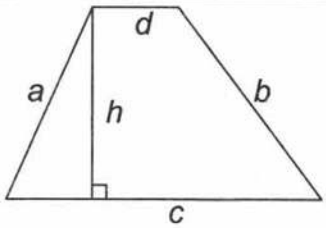
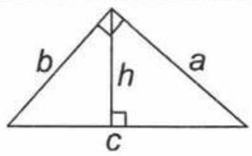
5. Игра фишками домино. Двое по очереди кладут фишки домино (прямоугольники шириной в одну клетку и длиной в две клетки) на квадратную доску размером десять на десять клеток. Фишки можно класть только в клетки на свободные места так, чтобы они не покрывали друг друга даже отчасти. Сдвигать фишки с места, на которое они положены, нельзя. Предполагается, что каждый имеет достаточное количество фишек. Выигравшим считается тот, кто положит фишку последним. Как должен класть фишки игрок, делающий ход вторым, чтобы выиграть?

Ответ. Игрок, делающий ход вторым, должен положить фишку домино ________________ фишке первого игрока относительно _____________ квадратной доски. В дальнейшем он кладет свою фишку каждый раз ________________ относительно ________________ доски фишке, положенной первым игроком, — это он всегда может сделать после каждого хода первого играющего. Поэтому именно второй игрок сделает последний ____________ и, следовательно, выиграет.

Площади многоугольников 4

Вариант 1

1. Запишите формулу для вычисления площади изображенной фигуры.

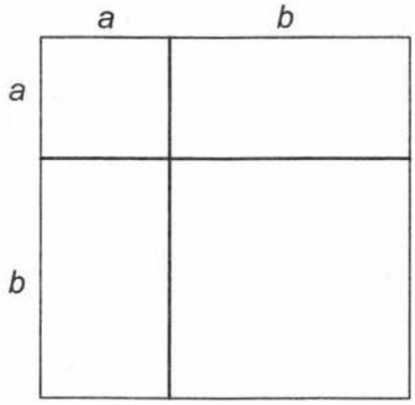
	$S =$ ________
	$S =$ ____________________ или $S =$ ____________________ (формула Герона)
	$S =$ ________
	$S =$ ________ или $S =$ ________

2. Укажите, площади каких геометрических фигур можно вычислить по приведенным в таблице формулам. При необходимости воспользуйтесь справочной литературой или интернет-ресурсами.

Формула площади фигуры	**Название фигуры**
$S = 0{,}5\, d_1 d_2$	____________________ *или* ____________________
$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a$	____________________

Условные обозначения: S — площадь фигуры; a — длина стороны; d_1 и d_2 — длины диагоналей.

3. По рисунку запишите равенство. В левой части — площадь квадрата, в правой — сумма площадей фигур, на которые разбит квадрат. Какое название имеет записанное равенство в алгебре?



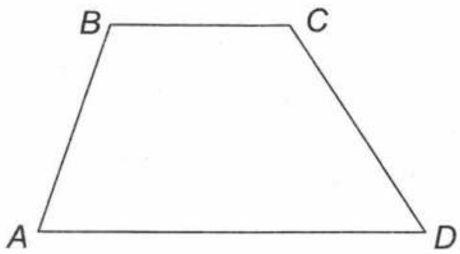
Ответ.

(____________)$^2 = a^2 +$ _________________.

В алгебре формула называется: _____________________________ чисел a и b.

4. Продолжите доказательство.

Теорема. *Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.*



В трапеции $ABCD$ проведем диагональ AC, тогда $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD}$. Построим перпендикуляры AH и CT к прямым BC и AD соответственно (выполните эти построения на рисунке). В треугольниках ABC и ACD отрезки AH и CT — высоты, тогда $S_{ABC} =$ ______________________, $S_{ACD} =$ _____________________________.

Но $AH = CT$.

Тогда $S_{ABCD} =$ _______ $AH \cdot BC +$ ________________ = __________________________.

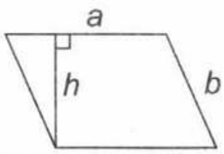
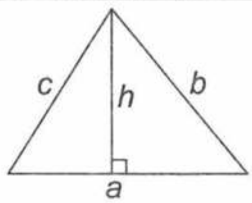
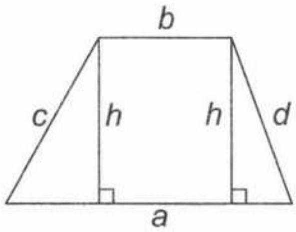
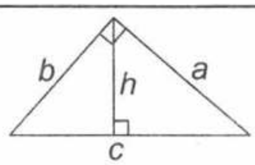
5. Разрежьте прямоугольник на шесть треугольников так, чтобы площадь одного из этих треугольников равнялась сумме площадей оставшихся.

Ответ. Разрежем прямоугольник по _____________________. Один из ____________________ оставим без изменений. А второй разрежем на _________ треугольников произвольным способом. При любом способе разрезания второго __________________________ требование задачи будет _________________. Один из возможных способов (любой) изобразите на рисунке.

Место для рисунка

Вариант 2

1. Запишите формулу для вычисления площади изображенной фигуры.

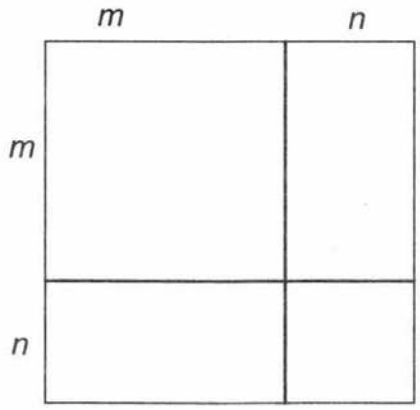
	$S =$ ________
	$S =$ ________________ или $S =$ ________________ (формула Герона)
	$S =$ ________
	$S =$ ________ или $S =$ ________

2. Укажите, площади каких геометрических фигур можно вычислить по приведенным в таблице формулам. При необходимости воспользуйтесь справочной литературой или интернет-ресурсами.

Формула площади фигуры	Название фигуры
$S = 0{,}5\, d^2$	________________
$S = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$	________________

Условные обозначения: S — площадь фигуры; a, b — длины сторон; d — длина диагонали.

3. По рисунку запишите равенство. В левой части — сумма площадей фигур, на которые разбит квадрат, а в правой — площадь квадрата. Какое название имеет записанное равенство в алгебре?



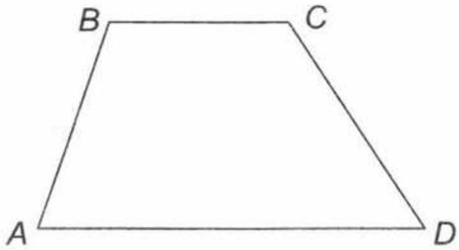
Ответ.

m^2 + ___________ = (___________)^2.

В алгебре формула называется: ______________________ чисел m и n.

4. Продолжите доказательство.

Теорема. *Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.*



В трапеции $ABCD$ проведем параллельно стороне AB отрезок CT, тогда $S_{ABCD} = S_{ABCT} + S_{CDT}$. Построим перпендикуляр CH к основанию AD (выполните эти построения на рисунке). Отрезок CH является высотой параллелограмма $ABCT$ и треугольника CDT, поэтому S_{ABCT} = _________________, S_{CDT} = ___________________.
$S_{ABCD} = AT \cdot CH +$ ________________ = ________________________.

5. Разрежьте квадрат на пять треугольников так, чтобы площадь одного из этих треугольников равнялась сумме площадей оставшихся.

Ответ. Разрежем квадрат по _________________. Один из ________________ оставим без изменений. А второй разрежем на _______ треугольников произвольным способом. При любом способе разрезания второго ______________________ требование задачи будет ______________.

Один из возможных способов (любой) изобразите на рисунке.

Место для рисунка

Теорема Пифагора

Вариант 1

1. Выпишите номера неверных утверждений.

1) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме катетов.

2) В прямоугольном треугольнике любой из катетов меньше гипотенузы.

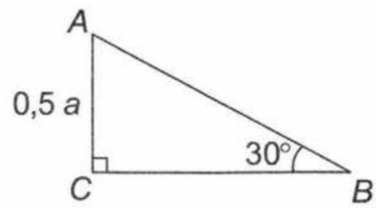
3) Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то такой треугольник прямоугольный.

4) Треугольник со сторонами 5, 12, 13 является прямоугольным.

5) Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен удвоенной гипотенузе.

Ответ: ______________________________

2. Аня вывела формулу для вычисления площади треугольника, изображенного на рисунке, но сделала ошибку. Исправьте эту ошибку, записав справа верный вывод формулы.



Так как $\angle B = 30°$, то $BC = 2\ AC = a$.	Так как. $\angle B = 30°$, то ____ = ________ = a, и по теореме Пифагора BC = ________ ____________.
Так как ΔABC — прямоугольный, то $S_\Delta = 0{,}5 \cdot (0{,}5a) \cdot a = 0{,}25a^2$	Так как ΔABC — прямоугольный, то S_Δ= ____________

3. Катеты прямоугольного треугольника сначала увеличили в 2 раза, а затем полученные катеты увеличили еще в 3 раза.

а) Что произошло с гипотенузой этого треугольника? Результаты обобщите.

б) Во сколько раз надо увеличить катеты, чтобы гипотенуза увеличилась в четыре раза?

Ответ:

а) Гипотенуза ______________________ в ___ раз. Если катеты
увеличится/уменьшится

______________________ в n раз, то и гипотенуза
увеличиваются/уменьшаются

______________________ в n раз.
увеличивается/уменьшается

б) Чтобы ______________________ гипотенузу в 4 раза,
увеличить/уменьшить

необходимо ______________________ катеты в ___ раза.
увеличить/уменьшить

Место для вычислений

4. Решите задачи а) и б). Составьте задачу в) с тем же сюжетом по заданному ответу.

Лестница прислонена к стене дома.

а) На какую высоту можно подняться по лестнице длиной q, нижний конец которой удален от стены на расстояние b?

б) Фонарь висит на стене дома на высоте h. Можно ли в нем заменить лампочку, воспользовавшись лестницей длины q? Лестница не съезжает со стены, если прислонена к ней под углом 30°. Рост человека на лестнице не учитывать.

в) $\sqrt{h^2+b^2}$

Ответ:

а) ______________________________ .

б) ________________, если h = ________________.
можно/нельзя

в) ______________________________

5. Известен старинный способ построения прямого угла на поверхности земли. Его использовали еще древние египтяне. Они строили прямой угол с помощью обычной веревки, на которой через равные расстояния завязаны тринадцать узелков. Чтобы отрезки на веревке были одинаковые, узелки завязывали вокруг колышков, вбитых в землю на равном расстоянии друг от друга. В чем состоит этот «веревочный» способ?

Ответ. Тринадцать узелков на веревке образуют________________ отрезков. Веревку натягивают так, чтобы получить треугольник со сторонами ___, ___ и 5 отрезков. Больший угол такого треугольника равен ______.

Вариант 2

1. Выпишите номера неверных утверждений.

1) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

2) В прямоугольном треугольнике любой из катетов больше гипотенузы.

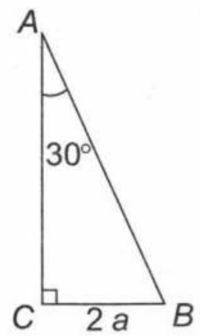
3) Если квадрат одной стороны треугольника равен разности квадратов двух других сторон, то такой треугольник прямоугольный.

4) Треугольник со сторонами 4, 5, 6 является прямоугольным.

5) Катеты прямоугольного треугольника с углом в 60° равны.

Ответ: ____

2. Света вывела формулу для вычисления площади треугольника, изображенного на рисунке, но сделала ошибку. Исправьте эту ошибку, записав справа верный вывод формулы.



Так как $\angle A = 30°$, то $AB = 0{,}5BC = a$.	Так как $\angle A = 30°$, то $AB =$ ___________.
Так как ΔABC — прямоугольный, то по теореме Пифагора $AC = a\sqrt{3}$.	Так как ΔABC — прямоугольный, то по теореме Пифагора $AC =$ ________________ ________________________________
$S_\Delta = 0{,}5 \cdot a\sqrt{3} \cdot 2a = a^2\sqrt{3}$.	$S_\Delta =$ __________________________.

3. Катеты прямоугольного треугольника уменьшили сначала в 2 раза, а затем еще в 3 раза.

а) Что произошло с гипотенузой этого треугольника? Результаты обобщите.

б) Во сколько раз надо уменьшить катеты, чтобы гипотенуза уменьшилась в четыре раза?

Ответ.

а) Гипотенуза ______________________________ в ___ раз. Если __________
увеличится/уменьшится

катеты ____________________________ в n раз, то и гипотенуза ____________________
увеличатся/уменьшатся увеличится/уменьшится

в n раз.

б) Чтобы ______________________________ гипотенузу в 4 раза, ______________
увеличить/уменьшить

необходимо ______________________________ катеты в ___ раза.
увеличить/уменьшить

Место для вычислений

____

____

____

____

____

4. Решите задачи а) и б). Составьте задачу в) с тем же сюжетом по заданному ответу.

Лестница прислонена к стене дома.

а) Какой длины должна быть лестница, чтобы по ней можно было взбираться на высоту h? Нижний конец лестницы удален от стены на расстояние b.

б) Нижний конец лестницы длины q удален от стены на расстояние $0{,}5q$. На какую высоту можно подняться по этой лестнице? Под каким углом лестница прислонена к стене?

в) Ответ: $\sqrt{q^2 - b^2}$

Ответ:

а) ____ .

б) ____________________, под углом ____________________.

в) ____

____

____

5. Известен старинный способ построения прямого угла на поверхности земли. Его использовали еще древние египтяне. Они строили прямой угол с помощью обычной веревки, на которой через равные расстояния завязаны тринадцать узелков. Чтобы отрезки на веревке были одинаковые, узелки завязывали вокруг колышков, вбитых в землю на равном расстоянии друг от друга. В чем состоит этот «веревочный» способ?

Ответ. Тринадцать узелков на веревке образуют____________________ отрезков. Веревку натягивают так, чтобы получить треугольник со сторонами ___, ___ и 5 отрезков. Больший угол такого треугольника равен ______.

Подобные треугольники 6

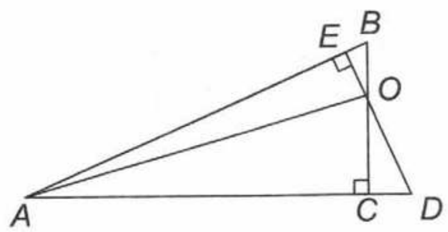
Вариант 1

1. Запишите номера верных утверждений.

1) Прямоугольный и равнобедренный треугольники могут быть подобными.
2) Любые два равнобедренных треугольника подобны.
3) Два прямоугольных треугольника, имеющих общий острый угол, подобны.
4) Два равнобедренных треугольника, имеющих общий угол при вершине, подобны.
5) Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
6) Периметры подобных треугольников относятся как квадраты сходственных сторон.
7) Площади подобных треугольников относятся как квадраты сходственных сторон.
8) Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.
9) Облако и его тень подобны.

Ответ: ______________________________.

2. Костя составил список пар подобных треугольников, изображенных на рисунке: $\triangle BEO \sim \triangle CDO$; $\triangle ABC \sim \triangle ADE$; $\triangle AOE \sim \triangle AOC$. Проверьте, верно ли он выполнил задание: если треугольники подобны — укажите соответствующий признак, если нет — обоснуйте свой вывод.



$\triangle BEO \sim \triangle CDO$; $\triangle ABC \sim \triangle ADE$; $\triangle AOE \sim \triangle AOC$.

Проверьте, верно ли он выполнил задание: если треугольники подобны — укажите соответствующий признак, если нет — обоснуйте свой вывод.

Ответ.

$\triangle BEO$ и $\triangle CDO$ — ______________________, так как у них ______________________
подобны/ не подобны (указать равные углы и/или
______________________, значит, признак подобия треугольников (по
пропорциональные стороны)
______________________) ______________________.
выполняется/ не выполняется

$\triangle ABC$ и $\triangle ADE$ — ______________________, так как у них ______________________
подобны/ не подобны (указать равные углы и/или
______________________, значит, признак подобия треугольников (по
пропорциональные стороны)
______________________) ______________________.
выполняется/ не выполняется

ΔAOE и ΔAOC — ____________________ (подобны/ не подобны), так как у них ____________________ (указать равные углы и/или ____________________ пропорциональные стороны), значит, определение подобных треугольников ____________________ (выполняется/ не выполняется).

3. Дима трижды измерил длину тени от лыжной палки, втыкая ее в снег на расстоянии 1 м, потом 3 м и 5 м от уличного фонаря. Длина палки равна 125 см, высота фонаря — 8 м. Как изменяется длина тени предмета при удалении его от источника света?

Место для вычислений

____

____

____

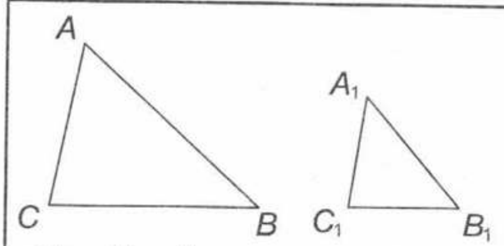
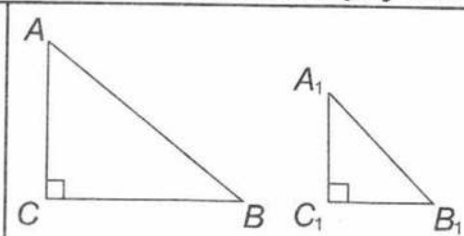
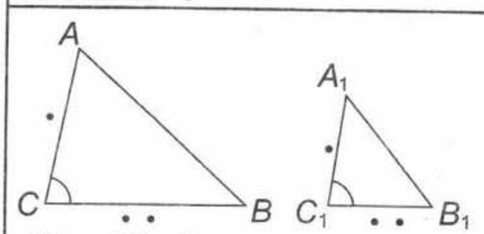
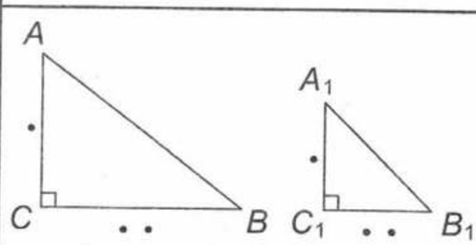
____

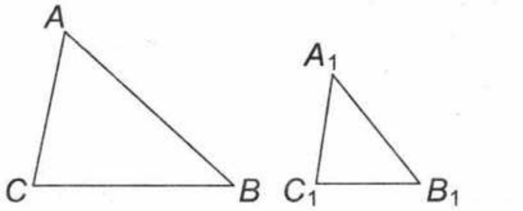
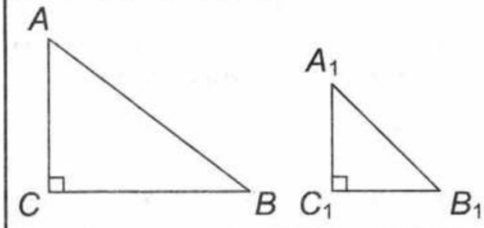
____

__Ответ:__

Чем ____________________ (дальше/ближе) от источника света находится предмет, тем ____________________ (короче/длиннее) его тень.

4. Составьте памятку для запоминания признаков подобия произвольных и прямоугольных треугольников. В первом столбце таблицы сделайте обозначения на рисунке и символическую запись формулировки признака для произвольного треугольника, а во втором — для прямоугольного (точками обозначены пропорциональные сходственные стороны треугольников).

 $\left.\begin{matrix}\angle A = \angle A_1 \\ \_\_\_\_\_\_\end{matrix}\right\\}$ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по ____________________)	 __________ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по острому углу)
 $\left.\begin{matrix}\angle C = \angle C_1 \\ \_\_\_\_\_\_\end{matrix}\right\\}$ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по ____________________ ____________________)	 __________ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по двум катетам)

 _____________ ⇨ $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по _______________)	 __________ ⇨ $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по _______________ _______________________)

5. Определите, какой величины должны быть буквы на классной доске, чтобы ученики, сидя за последними партами, видели их столь же ясно, как и буквы в своих учебниках.

Справочная информация: высота буквы в учебнике равна 0,25 см, расстояние от последних парт до доски — 5 м, ширина парты — 60 см, расстояние от глаза до книги — 20 см.

Место для вычислений

____

____

____

____

____

____

Ответ: ______________________________________

Вариант 2

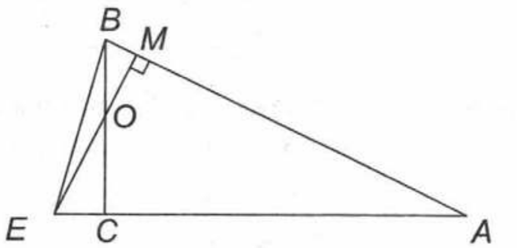
1. Запишите номера верных утверждений.

1) Равнобедренный и тупоугольный треугольники могут быть подобными.
2) Любые два равносторонних треугольника подобны.
3) Два прямоугольных треугольника, имеющих общий угол, подобны.
4) Два равнобедренных треугольника, имеющих общий угол при основании, подобны.
5) Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
6) Периметры подобных треугольников относятся как длины сходственных сторон.
7) Площади подобных треугольников относятся как квадраты сходственных сторон.

8) Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и две стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.
9) Картина и ее репродукция подобны.

Ответ: ____

2. Антон составил список пар подобных треугольников, изображенных на рисунке: $\triangle BMO \sim \triangle CEO$; $\triangle ABC \sim \triangle AEM$; $\triangle ABE \sim \triangle OBE$. Проверьте, верно ли он выполнил задание: укажите для каждой пары треугольников соответствующий признак подобия, если это возможно.



Ответ.

$\triangle BMO$ и $\triangle CEO$ — ________________________, так как у них ________________________
подобны/ не подобны (указать равные углы и/или
______________________________, значит, признак подобия треугольников (по ________
пропорциональные стороны)
________________________) ________________________________.
выполняется/ не выполняется

$\triangle ABC$ и $\triangle AEM$ — ________________________, так как у них ________________________
подобны/ не подобны (указать равные углы и/или
______________________________, значит, признак подобия треугольников (по ________
пропорциональные стороны)
________________________) ________________________________.
выполняется/ не выполняется

$\triangle ABE$ и $\triangle OBE$ — ________________________, так как у них ________________________
подобны/ не подобны (указать равные углы и/или
______________________________, значит, определение подобных треугольников _____
пропорциональные стороны)
______________________________.
выполняется/ не выполняется

3. Аня трижды измерила длину тени от лыжной палки, втыкая ее в снег на расстоянии 6 м, потом 3 м и 1 м от уличного фонаря. Длина палки равна 125 см, высота фонаря — 7 м. Как изменяется длина тени предмета при удалении его от источника света?

Место для вычислений

____

____

____

____

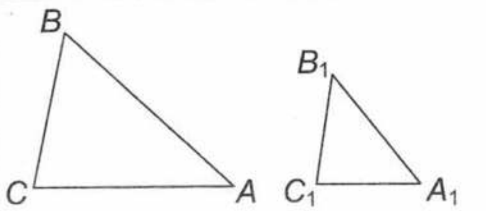
____

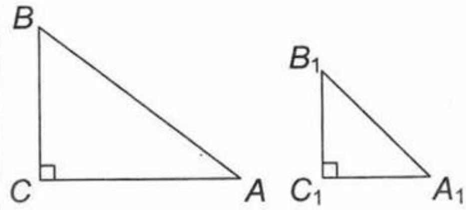
Ответ.

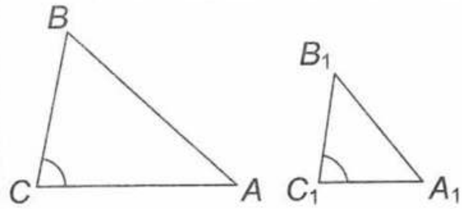
Чем ________________________ от источника света находится предмет,
дальше/ближе

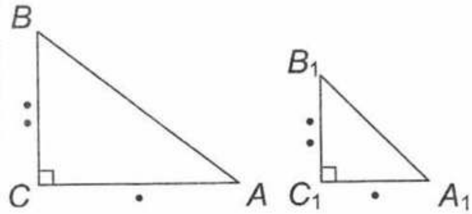
тем ________________ его тень.
короче/длиннее

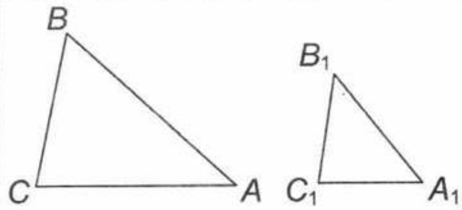
4. Составьте памятку для запоминания признаков подобия произвольных и прямоугольных треугольников. В первом столбце таблицы сделайте обозначения на рисунке и символическую запись формулировки признака для произвольного треугольника, а во втором — для прямоугольного (точками обозначены пропорциональные сходственные стороны треугольников).

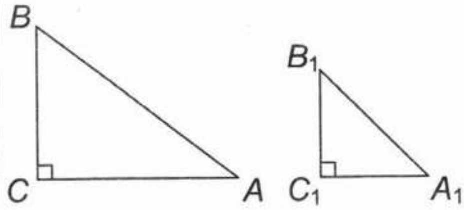
<table>
<tr>
<td>

______
$\angle C = \angle C_1$ } $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по ______)</td>
<td>

______ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$
(по острому углу)</td>
</tr>
<tr>
<td>

______
______ } $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ (по ______ ______)</td>
<td>

______ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$
(по ______ ______)</td>
</tr>
<tr>
<td>

______ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$
(по трем сторонам)</td>
<td>

______ $\Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$
(______)</td>
</tr>
</table>

5. Определите высоту телеграфного столба, если на расстоянии 130 м он закрывается спичкой, которую наблюдатель держит вертикально в вытянутой вперед руке.

Справочная информация: длина спички равна 4 см; диаметр столба — 30 см, длина вытянутой руки — 65 см.

Место для вычислений

Ответ:

Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

7

Вариант 1

1. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получились верные утверждения.

1) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение ________________________ катета к ________________.

2) ______________ острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего ______________ к прилежащему катету.

3) Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен ______________ синуса к ____________ этого угла.

4) Если острый ________ одного прямоугольного треугольника равен углу другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов равны.

5) При возрастании острого угла косинус этого ________ убывает.

6) Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус ___________, противолежащего этому ____________.

7) Прямоугольный треугольник, косинус острого угла которого равен 0,5, ____.

существует/не существует

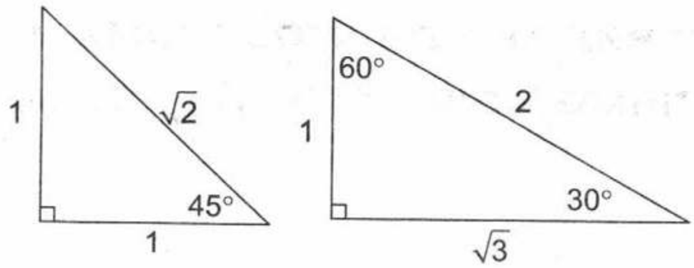
2. Оля заполнила таблицу, где в первой строке даны стороны треугольника КМР (угол М — прямой), а в остальных — вычислены синус, косинус и тангенс острого угла Р. Проверьте и оцените ее работу, при необходимости исправьте ошибки, зачеркнув неверное число в таблице и записав рядом верное.

Если ошибок нет, выставляется отметка «5». За одну или две ошибки — отметка «4». За три ошибки — отметка «3». За четыре и более ошибок — отметка «2».

	$KM = 3$, $MP = 4$	$MP = 12$, $KP = 13$	$KM = 6$, $KP = 10$
$\sin P$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{13}$	0,8
$\cos P$	$\frac{4}{5}$	$\frac{12}{13}$	0,8
$\mathrm{tg}\, P$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{12}$	0,75

Отметка: ________________________.

3. Запишите значения** $\sin 30°$**, ** $\cos 45°$ **и** $\mathrm{tg}\, 60°$**, воспользовавшись изображениями прямоугольных треугольников со сторонами 1, 1,** $\sqrt{2}$ **и 1,** $\sqrt{3}$**, 2. Поясните, как пользоваться этим приемом быстрого восстановления в памяти значений синуса, косинуса и тангенса углов 30°, 45° и 60°.



Ответ.

sin 60° = ______, cos 30°= ________, tg 45°= _________.

Прием основан на определении ______________________________________ острого угла прямоугольного треугольника.

4. Отвечая на вопросы, докажите, что для любого острого угла α cos (90° – α) = sin α.

1. В прямоугольном треугольнике ABC : $\angle C = 90°$, $\angle A = \alpha$. Чему равен угол B?

$\angle B$ = _______________________________.

2. Чему равны (по определению синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника) $\cos(90° - \alpha)$ и $\sin \alpha$?

$\cos(90° - \alpha)$ = ___________, $\sin \alpha$ = _______________.

3. Сделайте вывод о справедливости доказываемого равенства.

Вывод: равенство $\cos(90° - \alpha)$ = _______________________ верно.

5. 22 июня, в день летнего солнцестояния, в Мурманске длина тени в полдень равна вашему росту. Это пик полярного дня. Под каким углом к поверхности Земли в этот момент падают солнечные лучи?

Место для вычислений

____

____

____

Ответ: ____

Вариант 2

1. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получились верные утверждения.

1) __________ острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

2) Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение ____________ катета к ______________ катету.

3) _________ острого угла прямоугольного треугольника равен отношению синуса к косинусу этого угла.

4) Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен углу другого прямоугольного треугольника, то __________________ этих углов равны.

5) При возрастании острого угла синус этого угла ____________.

6) При __________________ острого угла тангенс этого угла возрастает.

7) Катет, прилежащий к острому углу прямоугольного треугольника, равен произведению гипотенузы на __________ этого угла.

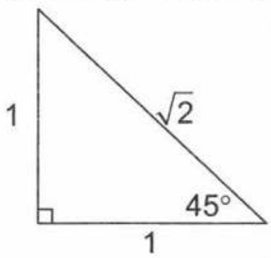
2. Таня заполнила таблицу, где в первой строке даны стороны треугольника TSL (угол S — прямой), а в остальных — вычислены синус, косинус и тангенс острого угла T. Проверьте и оцените ее работу, при необходимости исправьте ошибки, зачеркнув неверное число в таблице и записав рядом верное.

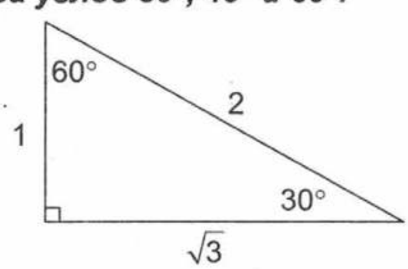
Если ошибок нет, выставляется отметка «5». За одну или две ошибки — отметка «4». За три ошибки — отметка «3». За четыре и более ошибок — отметка «2».

	$TS = 3$, $TL = 5$	$TS = 8$, $TL = 17$	$SL = 24$, $TS = 7$
$\sin T$	$\frac{3}{4}$	$\frac{15}{17}$	0,96
$\cos T$	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{17}$	0,28
$\text{tg}\, T$	$\frac{3}{4}$	$\frac{8}{15}$	$3\frac{3}{7}$

<u>Отметка:</u> ________________.

3. Запишите значения sin 30°, cos 45° и tg 60°, воспользовавшись изображениями прямоугольных треугольников со сторонами 1, 1, $\sqrt{2}$ и 1, $\sqrt{3}$, 2. Поясните, как пользоваться этим приемом быстрого восстановления в памяти значений синуса, косинуса и тангенса углов 30°, 45° и 60°.





<u>Ответ.</u>

$\sin 30° =$ _____, $\cos 45° =$ _____, $\text{tg}\, 60° =$ ______.

Прием основан на определении ____________________________________ острого угла прямоугольного треугольника.

4. Отвечая на вопросы, докажите, что для любого острого угла α $\sin(90° - \alpha) = \cos \alpha$.

1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle C = 90°$, $\angle A = \alpha$. Чему равен угол B?

$\angle B =$ ______________________________

2. Чему равны $\sin(90° - \alpha)$ и $\cos \alpha$ (по определению синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника)?

$\sin(90° - \alpha) =$ ____________, $\cos \alpha =$ ________________.

3. Сделайте вывод о справедливости доказываемого равенства.

Вывод: равенство $\sin(90° - \alpha) =$ _____________________ верно.

5. Пик полярного дня в Мурманске наблюдается в день летнего солнцестояния — 22 июня. В полдень солнце поднимается над горизонтом примерно на 45°. Найдите, какой длины будет ваша тень в этот момент.

Место для вычислений

Ответ: ____________________

Окружность. Касательная к окружности

8

Вариант 1

1. Сравните пары утверждений. Отметьте знаком «+» верное. Подчеркните в обоих утверждениях те слова, которые помогают отличить верное утверждение от неверного (см. образец).

1.

Образец

☐ Если две хорды окружности пересекаются, то **отношение** отрезков одной хорды равно **отношению** отрезков другой хорды.

☐+ Если две хорды окружности пересекаются, то **произведение** отрезков одной хорды равно **произведению** отрезков другой хорды.

2.

☐ Вписанный угол в два раза больше центрального, если они опираются на одну и ту же дугу.

☐ Центральный угол в два раза больше вписанного, если они опираются на одну и ту же дугу.

3.

☐ Две касательные к окружности, проведенные через концы одного диаметра, пересекаются.

☐ Две касательные к окружности, проведенные через концы одного диаметра, параллельны.

4.

☐ Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести бесконечно много касательных к этой окружности.

☐ Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

5.

☐ Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, — прямой.

☐ Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, — развернутый.

2. Ваня сделал ошибку в решении следующей задачи.

Окружности с радиусами 30 см и 40 см касаются. Найдите расстояние между центрами O_1 и O_2 этих окружностей.

Исправьте его решение.

Решение Вани

30 + 40 = 70 (см) — расстояние O_1O_2.

Ответ: 70 см.

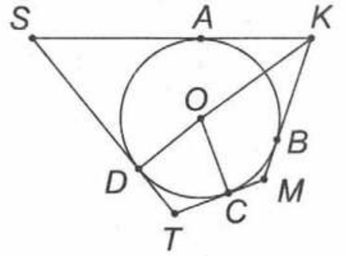
Решение Вани (исправленное)

30 + 40 = 70 (см) — расстояние O_1O_2 ______________________________;

____

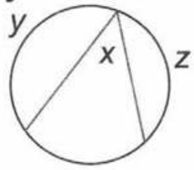
Ответ: 70 см или ______________.

3. Перечислите все пары равных отрезков, изображенных на рисунке (O — центр окружности; KS, MK, TM, ST — касательные).



Ответ. ____ = ____, ... ____

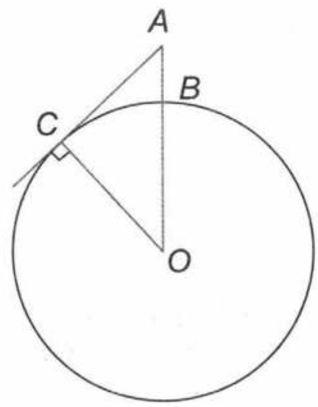
4. Составьте формулу, связывающую градусную меру x вписанного угла с градусными мерами y и z дуг окружностей.



Ответ.

$x =$ __________________________

5. Смотровая площадка в Геленджике — это удивительное место на самой вершине Маркотхского хребта. На высоту 640 метров над уровнем моря по канатной дороге можно подняться всего за 20 минут. На какое расстояние с этой смотровой площадки просматриваются окрестности? Ответ дайте с точностью до десятых километра. Радиус Земли считайте равным 6400 км.



Ответ.

Рассмотрим математическую модель задачной ситуации (см. рис. справа). Пусть ____ — радиус Земли, ______ — высота смотровой площадки. Тогда, по условию, $OB =$ ______________, $AB =$ ______________. Необходимо найти расстояние ______, на котором просматриваются окрестности.

Прямая AC — __________________ к окружности, поэтому ______________________ к радиусу, проведенному в точку касания. Следовательно, треугольник ABC — ____________________. По теореме Пифагора $AC =$ ___________.

Так как $AO = AB +$ _______ $=$ ________ (км), а $OC =$ ______ $= 6400$ (км), то, подставив эти данные, получим $AC \approx$ _________ км.

6. Почему на проезжей части крышки люков имеют круглую, а не квадратную форму? Ответьте на этот вопрос с точки зрения безопасности движения.

Ответ: ____

____

____

____

____

____

Вариант 2

1. Сравните пары утверждений. Отметьте знаком «+» верное. Подчеркните в обоих утверждениях те слова, которые помогают отличить верное утверждение от неверного (см. образец).

1.

Образец

[+] Если две хорды окружности пересекаются, то **произведение** отрезков одной хорды равно **произведению** отрезков другой хорды.

[ ] Если две хорды окружности пересекаются, то **отношение** отрезков одной хорды равно **отношению** отрезков другой хорды.

2.

[ ] Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным углом.

[ ] Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется центральным углом.

3.

[ ] Две касательные к окружности, проведенные через концы одного радиуса, параллельны.

[ ] Две касательные к окружности, проведенные через концы одного диаметра, параллельны.

4.

[ ] Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно диаметру.

[ ] Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

5.

☐ Если прямая проходит через центр окружности, то эта прямая и окружность имеют две общие точки.

☐ Если прямая проходит через центр окружности, то эта прямая и окружность имеют три общие точки.

2. Настя сделала ошибку в решении следующей задачи.

Могут ли касаться окружности, если их радиусы равны 20 см и 50 см, а расстояние между центрами O_1 и O_2 этих окружностей — 30 см?

Исправьте ее решение.

<u>Решение Насти</u>

20 + 50 = 70 (см) — расстояние O_1O_2

Ответ: нет, не могут, так как для этого расстояние между центрами окружностей должно быть равно 70 см.

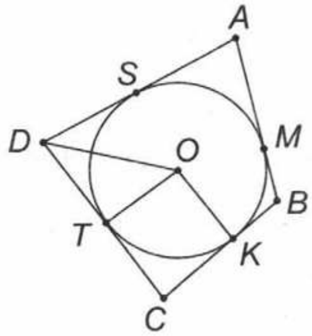
<u>Решение Насти (исправленное)</u>

20 + 40 = 70 (см) — расстояние O_1O_2 ______________________________;

____

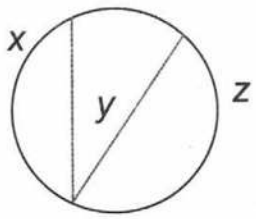
Ответ: __________________.

3. Перечислите все пары равных отрезков, изображенных на рисунке (O — центр окружности; AD, AB, BC, CD — касательные).



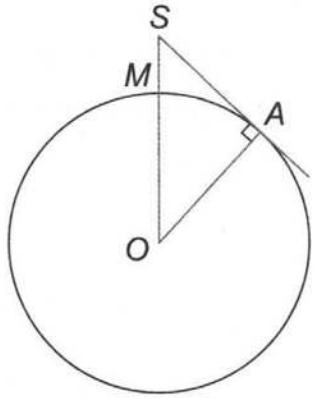
<u>Ответ.</u> ____=_____, … ______________________________________

4. Составьте формулу, связывающую градусную меру y вписанного угла с градусными мерами x и z дуг окружностей.



<u>Ответ.</u> y = ____________________

5. В Геленджикской бухте на Толстом мысе установлен маяк. Яркий фонарь на вершине башни находится на высоте 125,7 м над уровнем моря. Высота самой башни — 50 м. На какое расстояние от вершины башни удалена линия горизонта, если принять, что поверхность Земли сферическая, а длина экватора равна 40 000 км? Ответ округлите до целого числа километров.



<u>**Ответ.**</u>

Рассмотрим математическую модель задачной ситуации (см. рис. справа). Пусть точка ____ — вершина башни маяка, _____ — точка на линии горизонта, _____ — центр Земли. Известно, что высота маяка *MS* над уровнем моря — _________ метров, длина экватора Земли (длина окружности с центром *O*) равна __________ километров. Необходимо найти расстояние _______, на которое удалена линия горизонта.

Так как *AS* — касательная к окружности с центром *O* (она перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания), то треугольник ________ — прямоугольный. По теореме Пифагора: $OS^2 = OA^2 +$ ___. Найдем *OA* — радиус окружности с центром *O*. $OA =$ _______________ $\approx$ _______ (км), $OS = OM +$ ___=____________ (км). Подставив эти данные, получим $AS \approx$ ______ км.

6. Почему на проезжей части крышки люков имеют круглую, а не квадратную форму? Ответьте на этот вопрос с точки зрения безопасности движения.

Ответ:

Замечательные точки треугольника 9

Вариант 1

1. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получились верные утверждения. Воспользуйтесь словами для справок.

1) Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла ___________ от его сторон.

2) Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку ___________ от концов этого отрезка.

3) К замечательным точкам треугольника относятся точки пересечения:

а) ____,

б) ____,

в) ____,

г) ____.

4) Ортоцентром называется точка пересечения _______________ треугольника или их продолжений.

5) В равностороннем треугольнике точки пересечения биссектрис, медиан и высот _________.

6) В тупоугольном треугольнике ортоцентр лежит ____________________________.

7) Если точка внутри неразвернутого угла лежит на ____________________________
одинаковом / разном
расстоянии от прямых, содержащих стороны этого угла, то она находится на ____________________ угла.

<u>**Слова для справок:**</u> вершина треугольника, точка пересечения медиан, точка пересечения биссектрис, точка пересечения высот или их продолжений, точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника, биссектриса, высота, медиана, равноудалена, совпадают, на стороне треугольника, в вершине треугольника, вне треугольника, внутри треугольника.

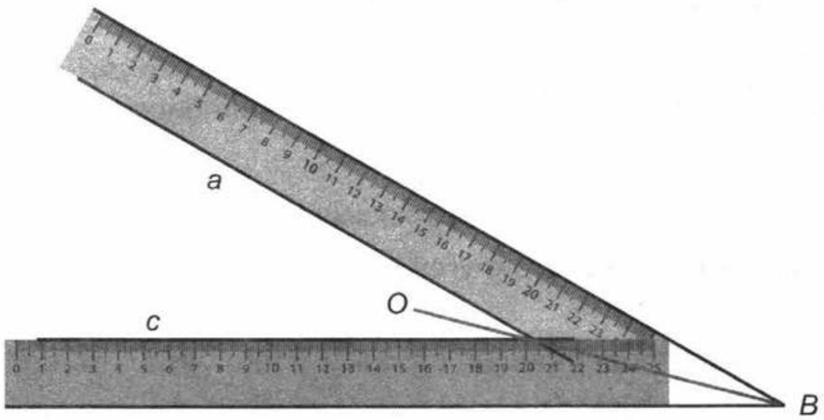
2. Дополните инструкцию по составлению теоремы, обратной данной, и, используя инструкцию, заполните таблицу «Прямые и обратные теоремы».

Инструкция. В исходной теореме выделяют разъяснительную часть (описание объектов, о которых идет речь в этой теореме), условие и ______________________. Формулируя обратную теорему, записывают ту же разъяснительную часть, условием обратной теоремы делают ___________________ исходной теоремы, а заключением делают _________________ исходной теоремы.

Прямые и обратные теоремы

ПРЯМАЯ	ОБРАТНАЯ
Если точка внутри неразвернутого угла лежит на его биссектрисе, то она находится на одинаковом ______________________, ____________________________________, содержащих стороны этого угла.	Если точка ______________________ ______________ угла находится на одинаковом расстоянии от прямых, содержащих стороны этого угла, то она лежит на его ______________________________
Если две данные прямые пересечены ____________________ прямой и получившиеся накрест лежащие __________ равны, то данные прямые _______________.	Если две данные прямые пересечены ___________ прямой и данные прямые _________________, то получившиеся накрест лежащие __________ равны.

3. При построении чертежей нередко используют способ построения биссектрисы с помощью линейки с параллельными краями (без использования делений). Для этого во внутренней области угла B проводят две прямые a и c, отстоящие от сторон угла на ширину линейки (см. рис.). Пусть O — точка их пересечения. Тогда OB — биссектриса угла B. Обоснуйте правильность этого способа.



<u>**Ответ.**</u>

По построению точка *O* __________________________ от прямых, на которых лежат стороны угла *B*, на ширину линейки. Следовательно, *O* находится на ______________________ угла *B* (теорема о ________________ угла). Значит, луч *BO* — __________________________ угла *B*.

4. В произвольном треугольнике точки пересечения высот, медиан и серединных перпендикуляров к его сторонам лежат на одной прямой.

1. Эта прямая носит специальное название. Какое?
2. Докажите это утверждение для равнобедренного треугольника.
3. Постройте эту прямую на рисунке.

<u>**Ответ.**</u>

1. Эта прямая называется __________________________, по имени выдающегося швейцарского математика, многие годы жившего и работавшего в России.

2. *Доказательство*

Известно, что медианы, высоты или их продолжения, а также серединные перпендикуляры к сторонам произвольного треугольника обладают замечательными свойствами:

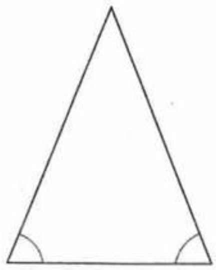
— все три медианы ________________ в одной точке (центре масс);

— все три ____________________ или их продолжения пересекаются в одной точке (ортоцентре);

— все три ____ к сторонам произвольного треугольника пересекаются в одной точке (центре описанной окружности).

В ________________________ треугольнике высота, проведенная к ________________, является медианой. Следовательно, эта же высота — серединный перпендикуляр к _______________ такого треугольника. Значит, точки пересечения высот, медиан и серединных перпендикуляров к сторонам __________________ треугольника лежат на _______________, проведенной к ______________ или на ее _________________. Т.е. все три точки лежат на прямой, содержащей эту ________________. Что и требовалось доказать.

3. *Построение*



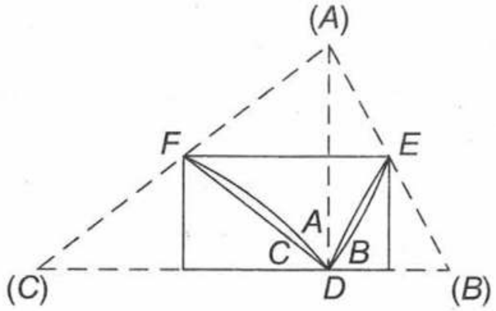
5. Из бумаги вырезан остроугольный треугольник ABC. Опишите «по шагам», как с помощью перегибаний найти точку пересечения биссектрис этого треугольника.

Ответ.

Для построения биссектрисы угла *A* треугольника *ABC* перегнем лист бумаги так, чтобы стороны ______ и _______ оказались на одной ___________. Тогда линия сгиба разделит угол *A* _________ (его две стороны точно наложатся друг на друга), а значит, будет являться его биссектрисой.

Этим же способом найдем еще одну _____ треугольника *ABC*, а значит, и точку пересечения _______________ треугольника.

6. В одной книге предложен наглядный способ доказательства того, что сумма углов треугольника равна 180°. Но на странице оказался типографский брак: одно предложение было пропущено (в тексте ниже пропуск обозначен чертой). Восстановите это предложение.



Вырежем из бумаги произвольный треугольник. С помощью перегибаний покажем, что сумма его внутренних углов равна 180°.

Через вершину наибольшего угла *A* треугольника *ABC* проведем высоту *AD*. Загнем все три угла треугольника так, чтобы их вершины совместились с точкой *D* (см. рис.). Тогда углы при вершинах треугольника без наложений друг на друга составят в сумме развернутый угол с вершиной *D*.

Для доказательства этого заметим, что линия сгиба *EF* является средней линией треугольника *ABC*, так как по построению *EF* — серединный перпендикуляр к высоте *AD*. Рассмотрим треугольники *BED*, *CFD*. ________________________________ ________________________ А значит, произведенные выше перегибания этих треугольников действительно приведут к указанным совмещениям и угол *D* развернутый.

Вариант 2

1. Вставьте пропущенные слова так, чтобы получились верные утверждения. Воспользуйтесь словами для справок.

1) Каждая точка, лежащая внутри неразвернутого угла и равноудаленная от сторон угла, лежит на его ____________.

2) Каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на ________________ к этому отрезку.

3) К замечательным точкам треугольника относятся точки пересечения:

   а) ____ ,

   б) ____ ,

   в) ____ ,

   г) ____ .

4) Центром масс называется точка пересечения __________ треугольника.

5) В остроугольном треугольнике точка пересечения высот (ортоцентр) лежит ____________ треугольника.

6) В равностороннем треугольнике ортоцентр и центр масс __________.

7) Если точка внутри ____________________________ угла лежит на биссектрисе этого
развернутого/неразвернутого
угла, то она находится на одинаковом расстоянии от прямых, содержащих ____________ этого угла.

Слова для справок: вершина треугольника, точка пересечения медиан, точка пересечения биссектрис, точка пересечения высот или их продолжений, точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника, биссектриса, высота, медиана, стороны, равноудалена, совпадают, на стороне треугольника, в вершине треугольника, вне треугольника, внутри треугольника.

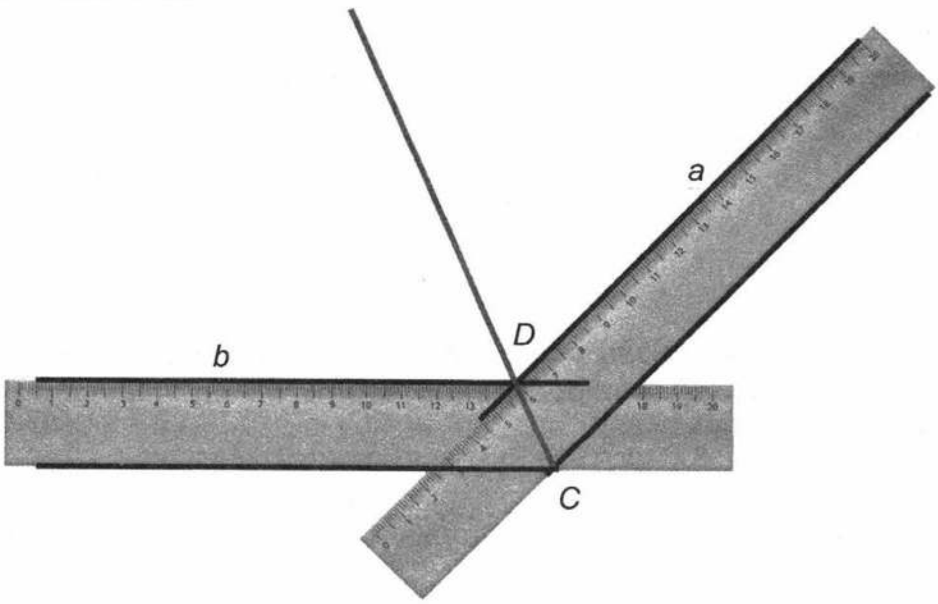
2. Дополните инструкцию по составлению теоремы, обратной к данной и, воспользовавшись ею, заполните таблицу «Прямые и обратные теоремы».

Инструкция. В исходной теореме выделяют разъяснительную часть (описание объектов, о которых идет речь в этой теореме), условие и ____________________.
Формулируя обратную теорему, записывают ту же разъяснительную часть, условием обратной теоремы делают _________________ исходной теоремы, а заключением делают ________________ исходной теоремы.

Прямые и обратные теоремы

ПРЯМАЯ	ОБРАТНАЯ
Если точка лежит на ______________________________ к данному отрезку, то она равноудалена от _____________ этого отрезка.	Если точка равноудалена от _____________ данного отрезка, то она лежит на _________________________ _______________ к этому отрезку.
Если две данные прямые пересечены _____________ прямой и получившиеся соответственные _______ равны, то данные прямые ___________________________.	Если две данные прямые пересечены __________________ прямой и данные прямые __________________________, то получившиеся соответственные _________ равны.

3. При построении чертежей нередко используют способ построения биссектрисы с помощью линейки с параллельными краями (без использования делений). Для этого во внутренней области угла C проводят две прямые a и b, отстоящие от сторон угла на ширину линейки (см. рис.). Пусть D — точка их пересечения. Тогда CD — биссектриса угла C. Обоснуйте правильность этого способа.



Ответ.

По построению точка D ____________________ от прямых, на которых лежат стороны угла C, на ширину линейки. Следовательно, D находится на ____________________ угла C (теорема о ________________ угла). Значит, луч CD — ____________________ угла C.

4. В произвольном треугольнике точки пересечения высот, медиан и серединных перпендикуляров к его сторонам лежат на одной прямой.

1. Эта прямая носит специальное название. Какое?
2. Докажите это утверждение для равнобедренного треугольника.
3. Постройте эту прямую на рисунке.

Ответ.

1. Эта прямая называется ____________________, по имени выдающегося швейцарского математика, многие годы жившего и работавшего в России.

2. *Доказательство*

Известно, что медианы, высоты или их продолжения, а также серединные перпендикуляры к сторонам произвольного треугольника обладают замечательными свойствами:

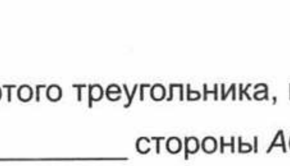
— все три медианы ________________ в одной точке (центре масс);

— все три ____________________ или их продолжения пересекаются в одной точке (ортоцентре);

— все три ____ к сторонам пересекаются в одной точке (центре описанной окружности).

В ______________________________ треугольнике высота, проведенная к __________________, является медианой. Следовательно, эта же высота — серединный перпендикуляр к ________________ такого треугольника. Значит, точки пересечения высот, медиан и серединных перпендикуляров к сторонам ____________________ треугольника лежат на ______________, проведенной к _______________ или на ее __________________. Т.е. все три точки лежат на прямой, содержащей эту _______________. Что и требовалось доказать.

3. *Построение*



5. На листе бумаги нарисован остроугольный треугольник ABC. Опишите «по шагам», как с помощью перегибаний найти точку пересечения медиан этого треугольника.

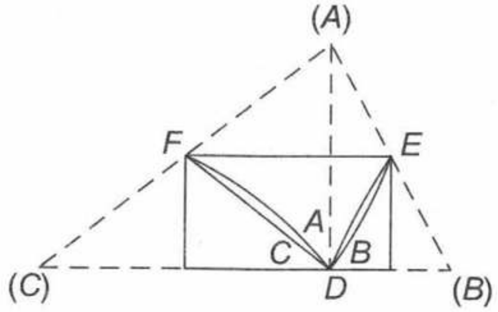
Ответ.

Построим ______________ этого треугольника, проведенную к стороне AC.

Найдем перегибанием ______________ стороны AC, совместив вершины ___ и ___.

Линия сгиба, соединяющая ______________ стороны AC с вершиной ___ и будет медианой треугольника ABC. Этим же способом найдем еще одну __________ треугольника, а значит, и точку пересечения ____________ треугольника.

6. В одной книге предложен наглядный способ доказательства того, что сумма углов треугольника равна 180°. Но на странице оказался типографский брак: одно предложение было пропущено (в тексте ниже пропуск обозначен чертой). Восстановите это предложение.



Вырежем из бумаги произвольный треугольник. С помощью перегибаний покажем, что сумма его внутренних углов равна 180°.

Через вершину наибольшего угла A треугольника ABC проведем высоту AD. Загнем все три угла треугольника так, чтобы их вершины совместились с точкой D (см. рис.). Тогда углы при вершинах треугольника без наложений друг на друга составят в сумме развернутый угол с вершиной D.

Для доказательства этого заметим, что линия сгиба EF является средней линией треугольника ABC, так как по построению EF — серединный перпендикуляр к высоте AD. Рассмотрим треугольники BED, CFD. ____ ________________ А значит, произведенные выше перегибания этих треугольников действительно приведут к указанным совмещениям и угол D развернутый.

Вписанная и описанная окружности 10

Вариант 1

1. Сравните пары утверждений. Отметьте знаком «–» неверное. Подчеркните в обоих утверждениях те слова, которые помогли отличить верное утверждение от неверного (см. образец).

1.

Образец

☐ Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения **биссектрис** этого треугольника.

☐ – Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения **серединных перпендикуляров к его сторонам**.

2.

☐ Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной в многоугольник, а многоугольник — описанным около этой окружности.

☐ Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется описанной около многоугольника, а многоугольник — вписанным в эту окружность.

3.

☐ В ромб нельзя вписать окружность.

☐ В любой ромб можно вписать окружность.

4.

☐ В любую трапецию можно вписать окружность.

☐ В трапецию, у которой сумма оснований равна сумме боковых сторон, можно вписать окружность.

5.

☐ Если суммы смежных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

☐ Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

2. Катя составила инструкцию для построения окружности, описанной около данного треугольника. Учитель подчеркнул ошибки в работе Кати. Помогите Кате исправить ошибки. Замените подчеркнутые слова так, чтобы инструкция стала верной.

Построение окружности, описанной около треугольника

1) Чтобы найти центр описанной окружности, найдем точку пересечения биссектрис треугольника.

2) Чтобы найти радиус описанной окружности, найдем расстояние от центра этой окружности до любой стороны треугольника.

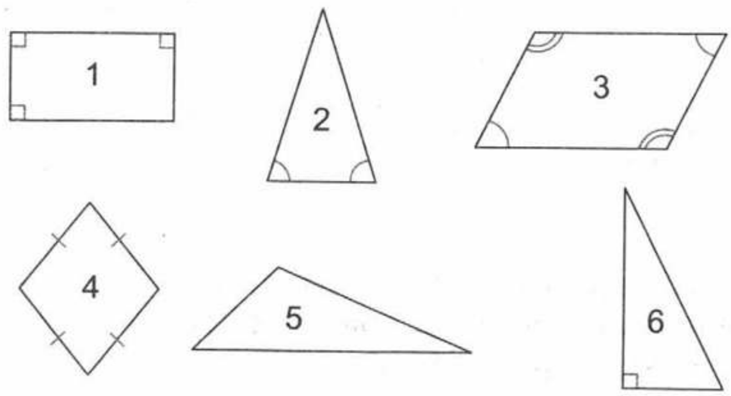
Ответ.

Построение окружности, описанной около треугольника

1) Чтобы найти центр описанной окружности, найдем точку пересечения ______________________________ сторонам треугольника.

2) Чтобы найти радиус описанной окружности, найдем расстояние от центра этой окружности до любой ______________ треугольника. Для этого соединим центр окружности с одной из ______________ треугольника.

3. Вокруг каких из представленных на рисунке фигур можно описать окружность? Выпишите их номера.



Ответ.

____

4. Укажите вид треугольника, у которого центры вписанной и описанной окружностей совпадают. Обоснуйте свой ответ.

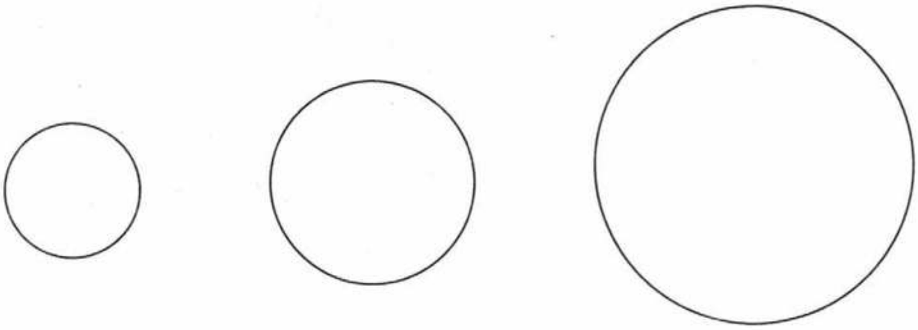
Ответ.

Центром вписанной окружности является точка пересечения ____________________ треугольника.

Центром описанной окружности является точка пересечения ____________________ ______________________________ треугольника.

Для того чтобы центры описанной и вписанной окружностей совпадали, необходимо, чтобы в треугольнике ______________________________ лежали на серединных ______________________________ к сторонам треугольника. Это возможно только в ______________________________ треугольнике.

5. Найдите центры окружностей, изображенных на рисунке, с помощью чертежного угольника. Дайте обоснование предложенному вами способу.



Ответ.

Расположим чертежный угольник относительно окружности так, чтобы его ____________ угол оказался ____________ в окружность. Тогда, стороны ____________ угла пересекут окружность в __________ точках. Соединив эти точки, получим ____________ окружности. Этим же способом построим еще один ____________ окружности. Точка пересечения двух ________________ окружности является ее ___________.

Вариант 2

1. Сравните пары утверждений. Отметьте знаком «–» неверное. Подчеркните в обоих утверждениях те слова, которые помогли отличить верное утверждение от неверного (см. образец).

1.

Образец.

☐ Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения его **биссектрис**.

[–] Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения его **высот**.

2.

☐ Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется описанной около многоугольника, а многоугольник — вписанным в эту окружность.

☐ Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется вписанной в многоугольник, а многоугольник — описанным около этой окружности.

3.

☐ В любой четырехугольник можно вписать окружность.

☐ В любой треугольник можно вписать окружность.

4.

☐ В любой квадрат можно вписать окружность.

☐ В квадрат нельзя вписать окружность.

5.

☐ Если сумма противоположных углов выпуклого четырехугольника равна 180°, то около него можно описать окружность.

☐ Если сумма противоположных углов выпуклого четырехугольника равна 360°, то около него можно описать окружность.

2. Аня составила инструкцию для построения окружности, вписанной в данный треугольник, и сдала на проверку учителю. Учитель подчеркнула ошибки в работе Ани. Помогите Ане исправить ошибки. Замените подчеркнутые слова так, чтобы инструкция стала верной.

Построение окружности, вписанной в треугольник

1) Чтобы найти центр окружности, вписанной в треугольник, найдем точку пересечения высот треугольника. Для этого построим высоты всех углов треугольника.

2) Чтобы найти радиус окружности, вписанной в треугольник, найдем расстояние от центра этой окружности до любой вершины треугольника.

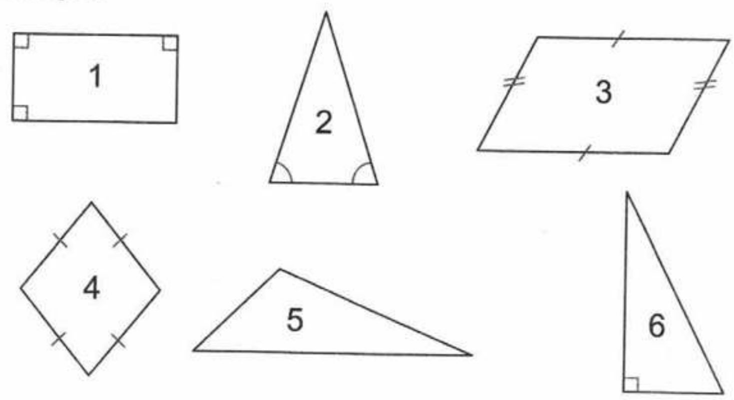
Ответ.

Построение окружности, вписанной в треугольник

1) Чтобы найти центр окружности, вписанной в треугольник, найдем точку пересечения ____________ треугольника. Для этого построим ____________________________ углов треугольника.

2) Чтобы найти радиус окружности, вписанной в треугольник, найдем расстояние от центра этой окружности до любой __________ треугольника. Для этого проведем ______________________ из центра окружности к одной из ____________ треугольника.

3. В какие из представленных на рисунке фигур можно вписать окружность? Выпишите их номера.



Ответ.

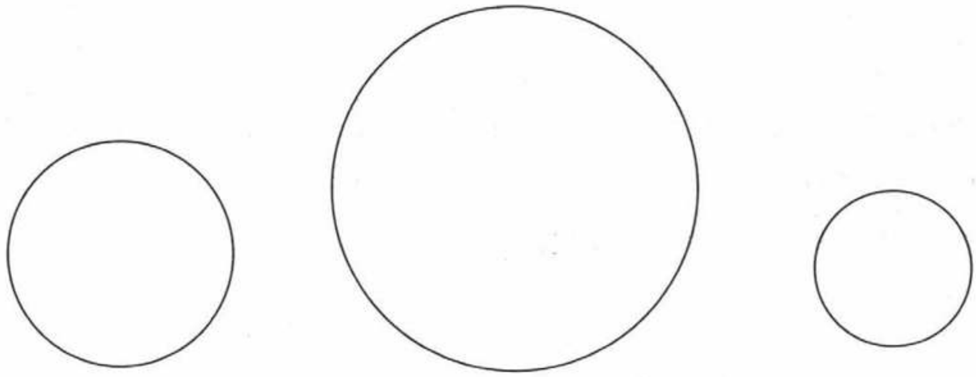
____

4. Укажите вид треугольника, у которого центр описанной окружности лежит на одной из его сторон. Обоснуйте свой ответ.

Ответ.

Центр описанной окружности лежит на стороне треугольника. Следовательно, сторона является _______________ окружности. Угол треугольника, противолежащий этой стороне, ____________ в окружность и опирается на ____________ окружности. Следовательно, он — _____________, то есть треугольник является _______________ __________________.

5. Найдите центры окружностей, изображенных на рисунке, с помощью чертежного угольника. Дайте обоснование предложенному вами способу.



Ответ.

Расположим чертежный угольник относительно окружности так, чтобы его ____________ угол оказался ____________ в окружность. Тогда стороны ____________ угла пересекут окружность в __________ точках. Соединив эти точки, получим _____________ окружности. Построим еще один ______________ окружности таким же способом. Точка пересечения двух ________________ окружности является ее ____________.

Векторы

11

Вариант 1

1. Все записанные ниже утверждения — неверные. Замените выделенные слова так, чтобы утверждения стали верными.

Образец.

Любую точку плоскости можно считать вектором. В этом случае вектор называется ~~единичным~~ **нулевым**.

1) Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на ***перпендикулярных*** ______________________ прямых.

2) Для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо равенство:

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (***сочетательный*** ________________ сложения)

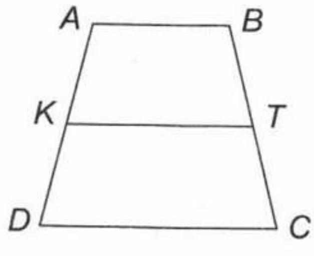
3) Для любых чисел k, l и любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливы равенства:

$(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ (первый ***сочетательный*** ____________________ закон).

$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (второй ***сочетательный*** ____________________ закон).

4) Векторы $\overline{BC}$ и $\overline{CB}$ ***сонаправлены*** ____________________.

2. В равнобедренной трапеции ABCD (AD=BC) проведена средняя линия KT. Настя записала все возможные пары коллинеарных векторов, определяемых вершинами трапеции и точками K, T. Но задание ею выполнено не полностью. Какие векторы не записала Настя?



$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC} \parallel \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{KT}$, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{TK}$, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{KT}$, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{TK}$, $\overrightarrow{TK} \parallel \overrightarrow{KT}$

$\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{KT}$, $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{TK}$, $\overrightarrow{DC} \parallel \overrightarrow{KT}$, $\overrightarrow{DC} \parallel \overrightarrow{TK}$.

Ответ.

Настя не записала ________________ векторы, определяемые вершинами трапеции и точками K и T. ______________ вектор коллинеарен любому вектору.

3. Точки A, B, C, D — вершины ромба ABCD. Какие из векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DD}$ коллинеарны?

Ответ.

Коллинеарными являются векторы, которые лежат на ______________________ или на ____________________ прямых. Любому вектору считается коллинеарным и ___________ вектор.

Поскольку противоположные стороны ромба параллельны, на параллельных прямых лежат векторы $\overrightarrow{AB}$ и ______, а также векторы $\overrightarrow{CB}$ и _____. Векторы_______ и ______ являются нулевыми. Поэтому коллинеарными являются векторы:

$\overrightarrow{AB}$, _____,_____ и _____;

$\overrightarrow{CB}$, _____, _____ и _____.

4. Даны векторы $\vec{g}$ и $\vec{h}$. На каком из рисунков построена сумма векторов $\vec{g}$ и $\vec{h}$ по правилу параллелограмма?

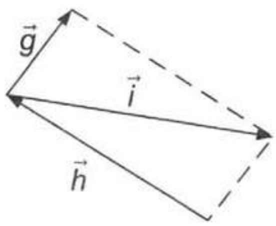


Рис. 1

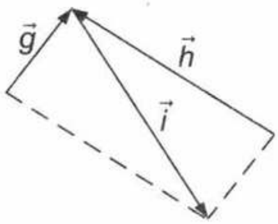


Рис. 2

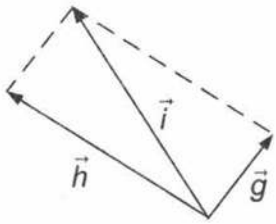


Рис. 3

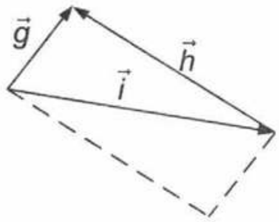
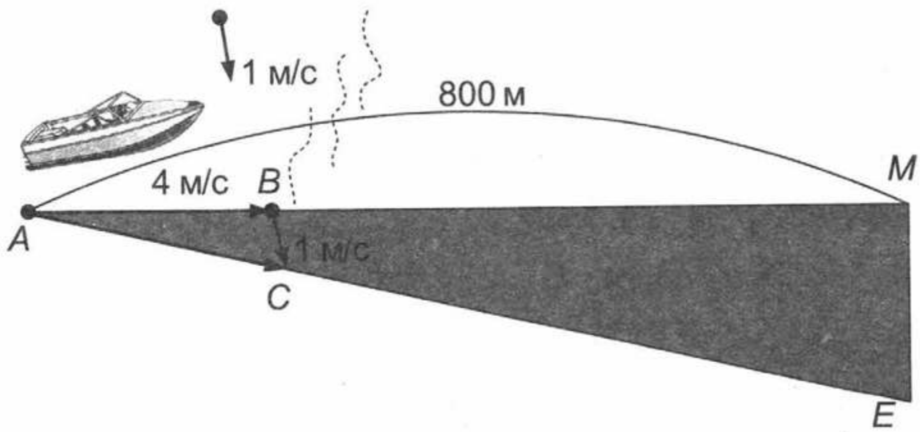


Рис. 4

Ответ.

Рис. _______.

5. Катер, переправляясь через реку, движется перпендикулярно течению реки со скоростью 4 м/с в системе отсчета, связанной с водой. На сколько метров будет снесен катер течением, если ширина реки равна 800 м, а скорость течения — 1 м/с?



Место для вычислений

Ответ.

________ м.

6. Таня заполнила таблицу, распределив векторные и скалярные величины по соответствующим столбцам. Проверьте и оцените ее работу. При необходимости исправьте ошибки: зачеркните неверно вписанные величины, запишите их в другой столбец.

За четыре и более ошибки выставляется отметка «2», за три ошибки выставляется отметка «3», за две или одну — отметка «4». Если ошибок нет — отметка «5».

Векторные величины	Скалярные величины
➢ сила ➢ скорость ➢ температура ➢ путь ➢ ускорение	➢ масса ➢ перемещение ➢ время ➢ объем ➢ длина ➢ работа ➢ площадь

Ответ.

Таня сделала _____ ошибки. Отметка «_____».

Вариант 2

1. Все записанные ниже утверждения — неверные. Замените выделенные слова так, чтобы утверждения стали верными.

Образец.

Любую точку плоскости можно считать вектором. В этом случае вектор называется ~~начальным~~ **нулевым**.

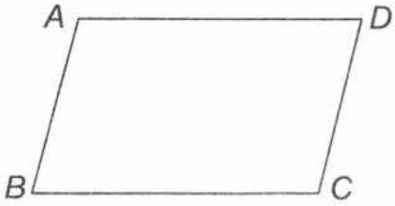
1) Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на ***пересекающихся*** __________________ прямых.

2) Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ справедливо равенство: $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ (***переместительный*** _________________ закон сложения).

3) Для любых чисел k, l и любого вектора $\vec{a}$ справедливо равенство:
$(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ (***распределительный*** ____________________ закон умножения).

4) Векторы $\overline{AB}$ и $\overline{BA}$ ***сонаправлены*** ____________________.

2. Володя записал все возможные пары коллинеарных векторов, определяемых вершинами параллелограмма ABCD. Но задание он выполнил не полностью. Какие векторы не записал Володя?



$\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CB} \parallel \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{CB} \parallel \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DA} \parallel \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{CB}$

Ответ.

Володя не записал ________________ векторы, определяемые вершинами параллелограмма и точками K и T. ______________ вектор коллинеарен любому вектору.

3. Точки A, B, C, D — вершины равнобедренной трапеции ABCD. Какие из векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DD}$ коллинеарны?

Ответ.

Коллинеарными являются векторы, которые лежат на ______________________ или на ____________________ прямых. Любому вектору считается коллинеарным и ____________ вектор.

Поскольку основания трапеции параллельны, на параллельных прямых лежат векторы $\overrightarrow{CB}$ и _____. Нулевыми являются векторы _____ и ______. Поэтому коллинеарными являются векторы:

$\overrightarrow{AB}$, ______ и _____;

$\overrightarrow{CB}$, ______, _______ и _____.

4. Какой из рисунков соответствует сложению векторов по правилу многоугольника?

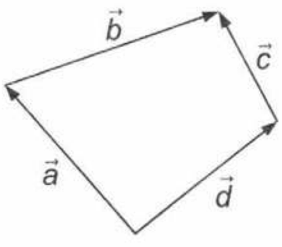


Рис. 1

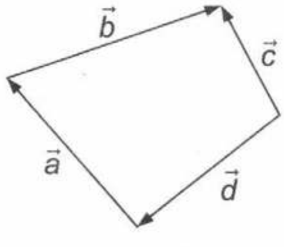


Рис. 2

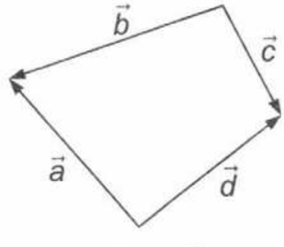


Рис. 3

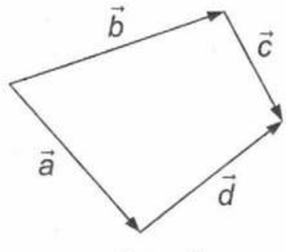
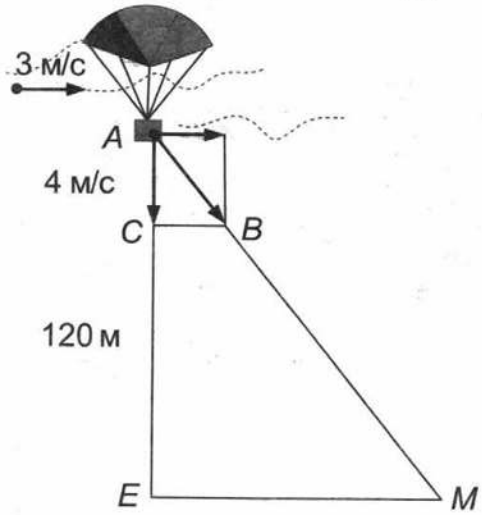


Рис. 4

Ответ.

Рис. _______.

5. Груз опускается на парашюте с высоты 120 м с постоянной вертикальной скоростью 4 м/с. Ветер, дующий горизонтально, относит его в сторону со скоростью 3 м/с. Какой путь пролетает груз?



Место для вычислений

____

____

____

____

Ответ.

_______ м.

6. Костя заполнил таблицу, распределив векторные и скалярные величины по соответствующим столбцам. Проверьте и оцените его работу. При необходимости исправьте ошибки: зачеркните неверно вписанные величины, запишите их в другой столбец.

За четыре и более ошибки выставляется отметка «2», за три ошибки выставляется отметка «3», за две или одну — отметка «4». Если ошибок нет — отметка «5».

Векторные величины	Скалярные величины
➢ сила	➢ масса
➢ перемещение	➢ температура
➢ скорость	➢ объем
➢ путь	➢ длина
➢ время	➢ работа
➢ ускорение	➢ площадь

Ответ.

Костя сделал _____ ошибки. Отметка «_____».

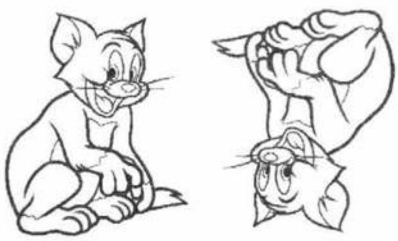
Проверь себя (итоговая работа)

Вариант 1

1. Заполните пропуски так, чтобы получились верные утверждения.

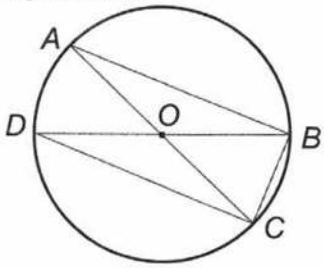
1) Параллелограммом называется ______________________________, у которого ______________________________ стороны попарно _________________.
2) Трапеция является ______________________ четырехугольником.
3) ______________________________ называется параллелограмм, у которого все углы прямые.
4) Параллелограмм является _______________, если диагонали параллелограмма лежат на биссектрисах его углов.
5) Площадь _____________________________________ равна произведению его основания на высоту.
6) В ______________________________ треугольнике _____________ гипотенузы равен _______________________ квадратов _______________________.
7) Отношение __________________________ двух подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
8) ______________________ острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.
9) Отрезки касательных к _____________________, проведенные из одной точки, составляют ________________ углы с прямой, проходящей через эту точку и центр ___________________.
10) Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения его ______________________________.
11) В любом ____________________________ четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.
12) Ненулевые векторы называются ____________________________, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.

2. Саша изобразил двух котов симметрично относительно точки А, которую затем стер. Восстановите на рисунке точку А. Поясните, как вы это сделали.



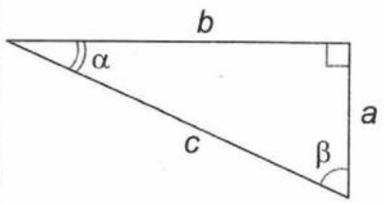
Ответ.

3. В окружность с центром O вписаны треугольники ABC и DCB. Объясните, почему данные треугольники равны.



Ответ.

4. Заполните пропуски в таблице.

По двум известным элементам прямоугольного треугольника найти три неизвестных элемента.	
	Дано: a, α. Найти: β, b, c. Решение: β = ____________ b = ____________ c = ____________
Дано: a, β. Найти: α, b, c. Решение: ___ $= 90° - \beta$ ___ $= \dfrac{a}{\cos \beta}$ ___ $= a \cdot \operatorname{tg} \beta$	Дано: c, α. Найти: β, ___, ___. Решение: ____ $= 90° -$ ____ ____ = ____ $\cdot \sin \alpha$ ____ = ____ $\cdot \cos \alpha$

5. Все эскалаторы в Московском метрополитене осуществляют подъем под углом в 30°. Самый длинный эскалатор в Москве расположен на станции «Парк Победы». Высота подъема составляет 63,4 м. Найдите длину этого эскалатора.

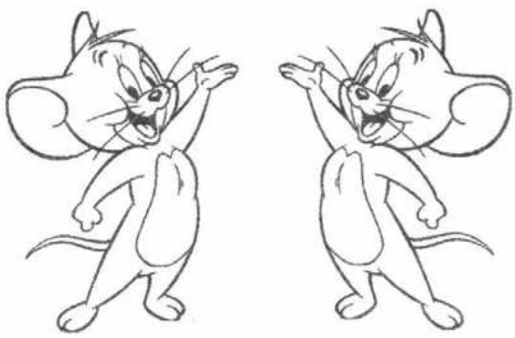
Ответ.

Вариант 2

1. Заполните пропуски так, чтобы получились верные утверждения.

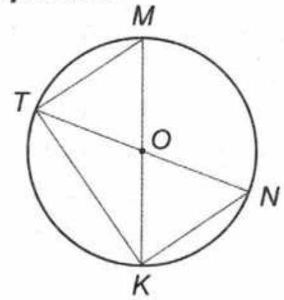
1) Трапецией называется ________________________, у которого две стороны __________________, а две другие стороны ________________________.
2) Параллелограмм является ____________________ четырехугольником.
3) ______________ называется параллелограмм, у которого все стороны равны.
4) Параллелограмм является ________________, если его диагонали пересекаются под прямым углом.
5) Площадь ________________________ равна половине произведения его основания на высоту.
6) Если _______________________ одной стороны треугольника равен сумме ____________________________ двух других сторон, то треугольник ________________________.
7) Отношение ________________________ двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
8) ______________________ острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.
9) Отрезки касательных к ___________________, проведенные из одной точки, ______________.
10) Центром описанной около треугольника окружности является точка пересечения ____.
11) В любом ____________________________ четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°.
12) Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой — концом, называется __________________ отрезком или _______________.

2. Настя изобразила двух мышей симметрично относительно прямой т, которую затем стерла. Восстановите на рисунке прямую т. Поясните, как вы это сделали.



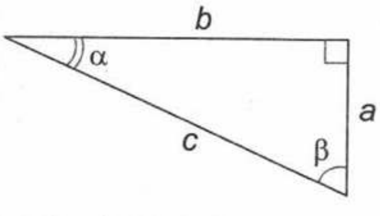
Ответ.

3. ***В окружность с центром O вписаны треугольники MTK и NKT. Объясните, почему данные треугольники равны.***



Ответ.

4. ***Заполните пропуски в таблице.***

По двум известным элементам прямоугольного треугольника найти три неизвестных элемента.	
	Дано: a, α. Найти: b, c, β. Решение: β = ________ b = ________ c = ________
Дано: a, β. Найти: b, c, α. Решение: ___ $= 90° - \beta$ ___ $= \dfrac{a}{\cos\beta}$ ___ $= a \cdot \mathrm{tg}\,\beta$	Дано: c, α. Найти: _____, _____, _____. Решение: _____ = 90° – _____ _____ = $c \cdot \sin$ _____ _____ = $c \cdot \cos$ _____

5. ***Все эскалаторы в Московском метрополитене осущестляют подъем под углом в 30°. Самые короткие эскалаторы в Москве расположены на станции «Аэропорт» и в совмещенном вестибюле станций «Чеховская» и «Пушкинская». Высота подъема составляет всего 3,2 м. Найдите длину такого эскалатора.***

Ответ.

Подсказки

1. Многоугольники. Параллелограмм и трапеция

Вариант 1

К заданию 1. Два утверждения слева и справа могут быть одновременно верными или неверными.

К заданию 2. а) Если несмежные звенья замкнутой ломаной не имеют общих точек, то эта ломаная называется многоугольником. б) Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

К заданию 3. План обоснования.

1. Записать определение параллелограмма.

2. По чертежу установить, существует ли хотя бы одна пара параллельных сторон.

Если «нет», то параллелограмм построить нельзя.

Если «да», то параллелограмм построить можно, достроив вторую пару параллельных сторон.

К заданию 4. Слова для справок: *свойства*, *равны*, *пополам*.

Вариант 2

К заданию 1. Два утверждения слева и справа могут быть одновременно верными или неверными.

К заданию 2. а) Если несмежные звенья замкнутой ломаной не имеют общих точек, то эта *ломаная* называется *многоугольником*. б) *Многоугольник* называется *выпуклым*, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

К заданию 3. План обоснования.

1. Записать определение параллелограмма.

2. По чертежу установить, существует ли хотя бы одна пара параллельных сторон.

Если «нет», то параллелограмм построить нельзя.

Если «да», то построить параллелограмм можно, достроив вторую пару параллельных сторон.

К заданию 4. Слова для справок: *признаки*, *параллельны*, *равны*, *пополам*.

2. Прямоугольник, ромб, квадрат

Вариант 1

К заданию 1. Необходимо подчеркнуть три утверждения.

К заданию 2. Чтобы выяснить, свойством или признаком понятия является данное утверждение, необходимо установить, где находится понятие — в условии утверждения или в заключении. Если понятие находится в условии, то это — свойство понятия, если — в заключении, то — признак.

К заданию 5. Воспользуйтесь схемой из задания 4.

К заданию 6. 1. Докажите, что *OMKR* — ромб.

2. Проведите две высоты из вершины тупого угла четырехугольника *OMKR*.

3. Воспользуйтесь свойством ромба: диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

Вариант 2

К заданию 1. Необходимо подчеркнуть три утверждения.

К заданию 2. Чтобы выяснить, свойством или признаком понятия является данное утверждение, необходимо установить, где находится понятие — в условии утверждения или в заключении. Если понятие находится в условии, то это — свойство понятия, если — в заключении, то — признак.

К заданию 5. Воспользуйтесь схемой из задания 4.

К заданию 6. 1. Докажите, что *ONMR* — ромб.

2. Проведите две высоты из вершины тупого угла четырехугольника *ONMR*.

3. Воспользуйтесь свойством ромба: диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

3. Осевая и центральная симметрии

Вариант 1

К заданию 2. Света пропустила три буквы и выписала три лишние.

К заданию 3. Воспользуйтесь определением точек, симметричных относительно данной точки.

К заданию 4. Воспользуйтесь определением точек, симметричных относительно прямой.

К заданию 5. Одержать победу в игре вам поможет центральная симметрия.

Вариант 2

К заданию 2. Настя пропустила три буквы и выписала четыре лишние.

К заданию 3. Воспользуйтесь определением точек, симметричных относительно данной точки.

К заданию 4. Воспользуйтесь определением точек, симметричных относительно прямой.

К заданию 5. Одержать победу в игре вам поможет центральная симметрия.

4. Площади многоугольников

Вариант 1

К заданию 5. Разрежьте сначала прямоугольник по диагонали.

Вариант 2

К заданию 5. Разрежьте сначала квадрат по диагонали.

5. Теорема Пифагора

Вариант 1

К заданию 1. Необходимо выписать три номера.

К заданию 3. Воспользуйтесь теоремой Пифагора для нахождения гипотенузы.

Вариант 2

К заданию 1. Необходимо выписать два номера.

К заданию 3. Воспользуйтесь теоремой Пифагора для нахождения гипотенузы.

6. Подобные треугольники

Вариант 1

К заданию 1. Необходимо записать семь номеров.

К заданию 3. 1. Воспользуйтесь подобием треугольников, в которых пропорциональными сторонами будут стороны, соответствующие длине фонаря и длине палки.

2. Обозначьте длину тени за x. Составьте пропорцию.

К заданию 5. Какие данные в справочной информации нужны для решения?

Вариант 2

К заданию 1. Необходимо записать семь номеров.

К заданию 3. 1. Воспользуйтесь подобием треугольников, в которых пропорциональными сторонами будут стороны, соответствующие длине фонаря и длине палки.

2. Обозначьте длину тени за x. Составьте пропорцию.

К заданию 5. Какие данные в справочной информации нужны для решения?

7. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Вариант 1

К заданию 2. Оля сделала две ошибки.

Вариант 2

К заданию 2. Таня сделала две ошибки.

8. Окружность. Касательная к окружности

Вариант 1

К заданию 2. Возможно два способа касания окружностей — внешнее и внутреннее.

К заданию 3. Таких пар пять.

К заданию 4. Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

К заданию 5. В условии задачи есть лишние данные.

К заданию 6. Сравните диагональ квадрата с его стороной, а также сравните между собой диаметры одной окружности.

Вариант 2

К заданию 2. Возможно два способа касания окружностей — внешнее и внутреннее.

К заданию 3. Таких пар пять.

К заданию 4. Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

К заданию 5. В условии задачи есть лишние данные.

К заданию 6. Сравните диагональ квадрата с его стороной, а также сравните между собой диаметры одной окружности.

9. Замечательные точки треугольника

Вариант 1

К заданию 1. Слова для справок даны с избытком.

К заданию 3. Докажите, что точка пересечения прямых *a* и *c* равноудалена от сторон угла.

К заданию 4. На этой прямой лежит высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника.

К заданию 5. Для решения задачи достаточно описать построение биссектрисы треугольника с помощью перегибаний листа.

К заданию 6. Докажите, что треугольники равнобедренные.

Вариант 2

К заданию 1. Слова для справок даны с избытком.

К заданию 3. Докажите, что точка пересечения прямых *a* и *c* равноудалена от сторон угла.

К заданию 4. На этой прямой лежит высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника.

К заданию 5. Для решения задачи достаточно описать построение медианы треугольника с помощью перегибаний листа.

К заданию 6. Докажите, что треугольники равнобедренные.

10. Вписанная и описанная окружности

Вариант 1

К заданию 3. 1. При необходимости, определите вид геометрической фигуры по рисунку.

2. Воспользуйтесь следующими верными утверждениями:

а) Если сумма противоположных углов выпуклого четырехугольника равна 180°, то около него можно описать окружность.

б) Около любого треугольника можно описать окружность.

К заданию 5. Воспользуйтесь свойством прямого угла, вписанного в окружность.

Вариант 2

К заданию 3. 1. При необходимости, определите вид геометрической фигуры по рисунку.

2. Воспользуйтесь следующими верными утверждениями:

а) Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

б) В любой треугольник можно вписать окружность.

К заданию 5. Воспользуйтесь свойством прямого угла, вписанного в окружность.

11. Векторы

Вариант 1

К заданию 5. Воспользуйтесь подобием треугольников.

Вариант 2

К заданию 5. Воспользуйтесь подобием треугольников.

Приложение

Соответствие видов заданий формируемым УУД

Виды УУД	Содержание УУД	Виды заданий	Номер темы и задания в теме
Познавательные: общеучебные	Поиск и выделение необходимой информации	Среди данных утверждений найдите верное/неверное утверждение	2.1, 5.1, 6.1, 8.1, 9.1
		Для решения задачи воспользуйтесь справочной информацией	4.2, 6.5, 9.1
	Структурирование имеющихся фактов, предметных знаний	Среди данных утверждений выберите неверные утверждения, исправьте их так, чтобы они стали верными	3.1, 11.1
		Сравните два утверждения, вычеркните ошибочное (подчеркните верное)	1.1, 10.1
		В таблице систематизированы утверждения (геометрические фигуры, формулы), но сделаны ошибки (пропуски). Исправьте ошибки (заполните пропуски)	2.2, 2,4, 4.1
	Осознанное и произвольное построение речевого высказывания в письменной форме	Закончите предложение. Заполните пропуски в предложениях. Продолжите рассуждения (доказательство)	4.4, 7.1, 9.6, 12.1, 12.3
	Рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности	Верно ли данное решение? Если нет — исправьте ошибки	3.2, 5.2, 6.2, 7.2, 8.2, 10.2, 11.2
	Смысловое чтение как осмысление цели чтения	Переведите с естественного языка на математический (с математического на естественный). Ответьте на вопросы к тексту	4.3

Виды УУД	Содержание УУД	Виды заданий	Номер темы и задания в теме
	Самостоятельное создание алгоритмов деятельности	Сформулируйте правило. Составьте план действий	3.4, 3.5, 7.3, 9.5
		Составьте памятку	6.4, 12.4
		Постройте (найдите на рисунке) требуемую комбинацию фигур, применив алгоритм	3.3, 8.3, 9.4, 9.5, 10.4, 12.2
		Рассмотрите приведенный способ решения задачи, решите другим способом	1.6
		Составьте задачу (запишите формулу) по заданному условию	5.4, 8.4
Познавательные логические	Анализ объектов с целью выделения признаков (существенных, несущественных)	Совершите требуемые действия по преобразованию объектов. Сделайте выводы	5.3, 10.3
	Синтез — составление целого из частей, в том числе и самостоятельное достраивание с восполнением недостающих компонентов	Изобразите требуемую комбинацию фигур, восстановите утраченную часть фигуры	1.3, 2.3
	Выбор оснований и критериев для сравнения, классификации объектов	Перечислите объекты, которые обладают заданными свойствами (признаками)	1.2
		Озаглавьте таблицу (заполните таблицу) согласно заданию	1.4
	Подведение под понятие, выведение следствий	Укажите объекты, удовлетворяющие заданному определению (условию)	11.3, 11.4, 11.6
	Установление причинно-следственных связей	Завершите работу по составлению памятки. Установите закономерность	1.5, 6.4

Виды УУД	Содержание УУД	Виды заданий	Номер темы и задания в теме
	Построение логической цепи рассуждений; доказательство	Заполните пропуски в доказательстве	7.4, 9.6
		Выделите условие и заключение теоремы. Обоснуйте шаги доказательства	9.2
	Выдвижение гипотез и их обоснование	Предложен способ решения. Обоснуйте его правильность	2.6, 5.5, 9.3, 10.5
Познавательные Исследовательские	Постановка проблемы, создание проблемной ситуации, обеспечивающей возникновение вопроса, аргументирование актуальности проблемы	Укажите способ разрешения практической проблемы	2.5, 6.3, 6.5, 7.5, 8.5, 8.6, 11.5
Регулятивные	Коррекция	Верно ли данное решение? Если нет — исправьте ошибки	3.2, 5.2, 6.2, 7.2, 8.2, 10.2, 11.2
	Алгоритмизация действий	Выполните действия, согласно правилу (предписанию, алгоритму)	3.3, 3.4, 7.3
Коммуникативные	Контроль, оценка действий партнера	Оцените выполненное задание по заданным критериям	7.2, 11.6
Личностные	Самоопределение; смыслообразование	Укажите способ разрешения практической проблемы	6.3, 6.5, 7.5, 8.5, 8.6

Учебное издание

Глазков Юрий Александрович
Егупова Марина Викторовна

Универсальные учебные действия

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ГЕОМЕТРИИ

8 класс

К учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы»

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.ПЩ01.Н00199 от 19.05.2016 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*
Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректоры *Г. М. Морозова, Е. В. Григорьева*
Дизайн обложки *С. М. Кривенкина*
Компьютерная верстка *М. В. Горькова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz
E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами
в ООО "Красногорская типография".
143405, Московская область, г. Красногорск, Коммунальный квартал, дом 2. www.ktprint.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).